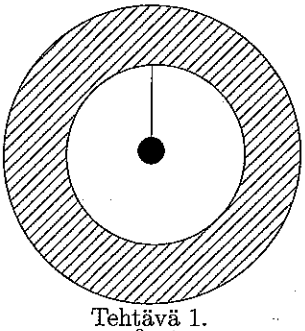
TTY/Fysiikan laitos **FYS-1101 Insinöörifysiikka II, Au+Mat**
Tentti 10.10.2013
Kirjoitusvälineiden lisäksi funktiolaskin on sallittu.

1. Kuvassa on sähköisesti neutraali ontto metallipallo (ulkosäde 15.0cm ja sisäsäde 10cm), jonka sisällä roikkuu eristelangassa varattu pieni pallomainen varaus q. Vaikka ontto metallipallo on neutraali, sen sisällä oleva varaus indusoi pallon sisä- ja ulkopintaan tasaisen pintavarauksen.

(a) Miten Gaussin lakia käyttämällä voi päätellä, kuinka suuri varaus indusoituu ulkopinnalle (q_u) ja sisäpinnalle (q_s)? (b) Piirrä sähkökentän kenttäviivat tehtävän tapaukselle.



Tehtävä 1.

(c) Metrin etäisyydellä metallipallon keskipisteestä mitataan sähkökentän voimakkuus $3.0 \cdot 10^3 V/m$. Kuinka suuri on pallon keskellä roikkuva varaus q ? (d) Kuinka voimakas on kenttä metallipallon sisäpinnalla?

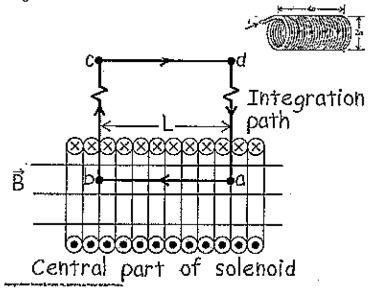
2. Mikroaaltouuni. Erään mikroaaltouunin aaltolähde lähettää taajuutta 2.46GHz. (a) Mikä on näiden mikroaaltojen aallonpituus? (b) Kuinka leveä on uunin oltava, jotta siihen mahtuisi viisi sähkökentän kupua (maksimia) seisovalle aallolle? (c) Oleta, että valmistuksessa on tullut virhe, ja uuni olisi 5.0cm liian leveä. Mikä olisi taajuuden oltava, jotta uunin leveyteen sopisi nyt viisi sähkökentän maksimia?

3. Oheisessa kuvassa solenoidi ja sen poikkileikkaus. Kuten tavanomaista $\times$ tarkoittaa virran kulkusuuntaa paperin tason sisään ja $\cdot$ tasosta ulospäin. Olkoon solenoidilla kierrostiheys n ja siinä kulkee sähkövirta I.

(a) Kerro mihin suuntaan magneettikenttä osoittaa solenoidin sisällä. Perustele. (b) Kirjoita lauseke magneettikentän kierrolle

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{r}.$$

kuvassa esitettyä reittiä myöten magneettikentän B ja reitin leveyden avulla. Käy erikseen läpi jokainen reitin osuus (esim. reitti $a \to b$ jne.). (c) Amperen lain avulla kirjoita lauseke magneettikentälle solenoidin sisällä.



Tehtävä 3.

4. Supernopea relativistinen pikaratikka kulkisi Mikontalon ja Hakametsän hallin välisen matkan (6.0km) nopeudella $0.9c$ (muutama tekninen probleema ratkaistava ensin). (a) Paljonko ratikalta kuluu matkaan aikaa Jäähalliin kiinnitetyssä koordinaatistossa? (b) Paljonko aikaa kuluu ratikalla matkustajan mielestä? (c) Kuinka pitkältä matka näyttää ratikkamatkustajan näkökulmasta? (d) Jos Sammon valtatien risteyksessä liikennevalo on punainen ($\lambda = 650nm$), kun ratikka tulee sitä kohti täydellä vauhdilla, minkä värisenä ratikkakuski näkee valon? Vai näkeekö hän sitä?

ultravioletti	<	400nm
violetti	400nm	440nm
sininen	440nm	480nm
vihreä	480nm	560nm
keltainen	560nm	590nm
oranssi	590nm	630nm
punainen	630nm	700nm
infrapunainen	>	700nm

Näkyvän valon aallonpituudet

5. Erästä metallipintaa valaistaan useilla eri aallonpituuksisilla valoilla, ja käytetyille aallonpituuksille mitataan oheiset pysäytyspotentiaalit. Piirrä pysäytyspotentiaali (eli *irronneen elektronin maksimaalinen kineettinen energia*) valon taajuuden funktiona. Määritä graafisesti (a) metallin kynnystaajuus, (b) Minkä värisillä valoilla pystyy elektroneja irroittamaan. (c) Määritä metallin työfunktio (kynnysenergia) elektronivoltteina, (d) määritä kuvasta myös arvo Planckin vakiolle.

λ (nm)	potentiaali (V)
366	1.48
405	1.15
436	0.93
492	0.62
546	0.36
579	0.24

Vakioita:
$g = 9.80\text{m/s}^2$, $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}\text{C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2$, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\text{T}\cdot\text{m}/A$ ja $e = 1.602 \times 10^{-19}$C. 1eV $= 1.602 \times 10^{-19}$J. $c = 3.0 \times 10^8$m/s, elektronin massa $m_e = 9.11 \times 10^{-31}$kg, protonin massa $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$kg, $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.05 \times 10^{-34}$Js, $h = 6.626 \times 10^{-34}$Js $= 4.136 \times 10^{-15}$eV $\cdot$ s.
Matemaattisia kaavoja: $sin^2(\alpha) + cos^2(\alpha) = 1$,
Pallon pinta-ala $A = 4\pi r^2$, pallon tilavuus $4\pi r^3/3$. Ympyrän kehän pituus $l = 2\pi r$ ja ympyrän pinta-ala $A = \pi r^2$.

Ohessa sekalainen kokoelma kaavoja, joista voi olla hyötyä. Huomaa, että kaikki kaavat eivät

KÄÄNNÄ

ole yleispäteviä vaan soveltuvat vain erikoistapauksiin

$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r} \quad \vec{E} = \frac{\vec{F}_0}{q_0} \quad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r} \quad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int\frac{dq}{r^2}\hat{r}$

$p = qd \quad \vec{\tau} = \vec{p}\times\vec{E} \quad U = -\vec{p}\cdot\vec{E} \quad U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq_0}{r} \quad V = \frac{U}{q_0} \quad V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r} \quad V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int\frac{dq}{r}$

$V_a - V_b = \int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{l} \quad E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \quad E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} \quad C = \frac{Q}{V} \quad C = \epsilon_0\frac{A}{d}$

$U = \frac{Q^2}{2C} \quad u_E = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 \quad C = KC_0 \quad \epsilon = K\epsilon_0 \quad I = \frac{dQ}{dt} \quad J = \frac{I}{A} \quad \vec{J} = nq\vec{v}_d \quad \oint \mathbf{B}\cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I_{enc}$

$$\oint \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}, \quad \oint \mathbf{B}\cdot d\mathbf{A} = 0, \quad \oint \mathbf{B}\cdot d\mathbf{l} = \mu_0\left(I_{enc} + \epsilon_0\frac{d\Phi_E}{dt}\right), \quad \oint \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad (\text{tai } \mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt})$$

$\Phi_E = \int \vec{E}\cdot d\vec{A} \quad \Phi_B = \int \vec{B}\cdot d\vec{A}$

$\vec{E} = \rho\vec{J} \quad R = \frac{\rho L}{A} \quad V = IR \quad P = V_{ab}I \quad \tau = RC$

$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B}) \quad \vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B} \quad \vec{F} = I\vec{l}\times\vec{B} \quad d\vec{F} = Id\vec{l}\times\vec{B} \quad \omega_c = \frac{v}{R} = \frac{|q|B}{m}.$

$\vec{\tau} = \vec{\mu}\times\vec{B} \quad U = -\vec{\mu}\cdot\vec{B} \quad \vec{\mu} = NI\vec{A} \quad \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\hat{r}}{r^2} \quad d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\, d\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}$

$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad B = \mu_0 nI. \quad B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$

$\mathcal{E} = -L\frac{di}{dt} \quad U = \frac{1}{2}Li^2 \quad u_B = \frac{B^2}{2\mu} \quad c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \quad \mu = K_m\mu_0.$

$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} \quad E = cB \quad \vec{E}(x,t) = E_{\max}\,\hat{\jmath}\,\cos(kx-\omega t) \quad \vec{B}(x,t) = B_{\max}\,\hat{k}\,\cos(kx-\omega t)$

$u = \epsilon_0 E^2 \quad S = \epsilon_0 cE^2 \quad \vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E}\times\vec{B} \quad I = S_{\text{av}} = \frac{1}{2}\epsilon_0 c E_{\max}{}^2$

$d\sin\theta = m\lambda \quad d\sin\theta = (m+\frac{1}{2})\lambda$

$v = \frac{c}{n} \quad n_a\sin\theta_a = n_b\sin\theta_b \quad \sin\theta_{crit} = \frac{n_b}{n_a} \quad \tan\theta_p = \frac{n_b}{n_a}$

$x = x' + ut \quad y = y' \quad z = z' \quad t = t' \quad v = v' + u$

$x' = \gamma(x-ut) \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = \gamma(t - ux/c^2) \quad v' = \frac{v-u}{1-uv/c^2} \quad v = \frac{v'+u}{1+uv'/c^2}$

$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \quad \Delta t = \gamma\Delta t_0 \quad l = \frac{l_0}{\gamma} \quad \frac{f}{f_0} = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}}$ sinisiirtymä. $\frac{f}{f_0} = \sqrt{\frac{c-v}{c+v}}$ punasiirtymä.

$\vec{p} = \gamma m\vec{v} \quad E = K + mc^2 \quad K = (\gamma-1)mc^2 \quad E = \gamma mc^2 \quad E = \sqrt{(mc^2)^2 + (pc)^2} \quad K = E - mc^2 \quad K \approx p^2/2m$ jos $v \ll c. \quad U = qV.$

$m\lambda = d\sin\theta. \quad E = hf = h\frac{c}{\lambda} \quad E = pc \quad \lambda = h/p \quad p = h/\lambda \quad \Delta x\Delta p \geq \hbar \quad \Delta E\Delta t \geq \hbar$

$K_{\max} = hf - \phi \quad hf = E_f - E_i \quad hf = E_i - E_f \quad hf = n_f^2 E_1 - n_i^2 E_1 \quad \frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2})$

$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2} + U\psi = E\psi \quad \psi = \sqrt{2/L}\sin(n\pi x/L) \quad \int_{-\infty}^{\infty}|\psi|^2 dx = 1$

$E_n = n^2\frac{h^2}{8mL^2} \quad E_n = (n+\frac{1}{2})\hbar\omega \quad E = -\frac{13.60 \text{ eV}}{n^2} \quad E = -\frac{Z_{\text{eff}}^2 13.60 \text{ eV}}{n^2} \quad E_l = l(l+1)\frac{\hbar^2}{2I}$

$L = \sqrt{l(l+1)}\hbar \quad L_z = m_l\hbar \quad S = \sqrt{s(s+1)}\hbar \quad S_z = m_s\hbar$

$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$, $\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}$, $x = x_0 + \int_0^t v dt$, $v = v_0 + \int_0^t a dt$, $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$, $v = v_0 + at$, $a_{rad} = \frac{v^2}{R}$, $v = \frac{2\pi R}{T}$, $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$, $\mathbf{J} = \Delta\mathbf{p}$, $\sum\mathbf{F} = m\mathbf{a}$, $\sum\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$, $\mathbf{F}_{ab} = -\mathbf{F}_{ba}$, $K = \frac{1}{2}mv^2$, $W = \mathbf{F}\cdot\Delta\mathbf{s}$, $W = \int_1^2 \mathbf{F}\cdot d\mathbf{l} = -\Delta U$, $W_{tot} = \Delta K$, $J = F_{ave}\Delta t$, $\mathbf{J} = \int_{t_1}^{t_2}\mathbf{F}dt$, $K = \frac{1}{2}I\omega^2$, $\mathbf{L} = \mathbf{r}\times\mathbf{p}$, $\bar{\tau} = \mathbf{r}\times\mathbf{F}$, $L = I\omega$, $\sum\bar{\tau} = \frac{d\mathbf{L}}{dt}$,