

MAT-31102 Numeerinen analyysi — tentti 26.8.2013
MAT-31107 Numerical Analysis — exam 26.8.2013
Robert Piché, Jari Niemi

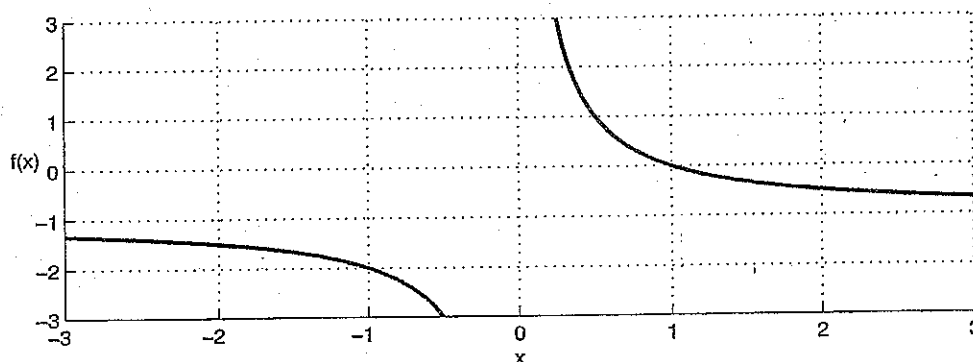
Tentissä saa käyttää tavallista tai graafista/ohjelmoitavaa laskinta ja yhtä kaksipuolista käsinkirjoitettua A4-paperia muistiinpanoja. Laskuissa välivaiheet on kirjoitettava näkyviin.

You are allowed to use a plain or graphing/programmable calculator and one handwritten two-sided A4 sheet of notes. Show your calculations.

1. Etsi summan $23.14545 + 0.232976$ arvo, kun summa lasketaan tietokoneessa, joka käyttää liukulukujärjestelmää $(\beta, t, L, U) = (10, 3, -9, 9)$. Mikä on liukulukujärjestelmän pienin positiivinen luku? Mikä on liukulukujärjestelmän pyöristyksikkö μ ?

Find the result when $23.14545 + 0.232976$ is computed on a computer that uses the floating point number system $(\beta, t, L, U) = (10, 3, -9, 9)$. What is the smallest positive number of the floating point number system? What is the unit roundoff μ of the floating point number system?

2. Tee kaksi Newtonin ja Raphsonin menetelmän iteraatiota lähtien arvosta $x_0 = 2.5$. Tee kaksi puolittamishaun iteraatiota lähtien haarukointivälistä $[0.5, 3]$.



Do two iterations of the Newton-Raphson method starting from $x_0 = 2.5$. Do two iterations of the bisection method starting with the bracketing interval $[0.5, 3]$.

3. Etsi kuutiopolynomi p , joka interpoloi funktiota $f(x) = e^{-x}$ ja sen derivaatta pisteissä $x = 0$ ja $x = 2$. Näytä, että interpolointivirhe $|p(x) - f(x)|$ on korkeintaan 0.0417 välissä $x \in [0, 2]$.

Find a cubic polynomial that interpolates the function $f(x) = e^{-x}$ and its derivative at the points $x = 0$ ja $x = 2$. Show that the interpolation error $|p(x) - f(x)|$ is at most 0.0417 in the interval $x \in [0, 2]$.

4. Etsi numeerisen integrointikaavan kertoimet.

$$\int_0^h f(x) dx \approx A_0 f(0) + A_1 f(h) + A_2 f(2h)$$

Find the coefficients of the quadrature formula.

5. Laske kaksi Heunin menetelmän askelta (askelpituus $h = 0.1$), kun alkuarvo-probleema on

$$y' = (1 + x)/y, \quad y(1) = 2;$$

Do two steps of Heun's method with step size $h = 0.1$ for the above initial value problem.