TAMPEREEN TEKNILLINEN YLIOPISTO

MAT-10442 Insinöörimatematiikka B 4u
Tentti (13.5.2013), luennoitsija: Lassi Paunonen.

Ei laskimia, ei kirjallisuutta. Kaavaliite ohessa.

1. Olkoon

$$F(x, y) = (\sqrt{1 + x^2} - e^{1-y},\ \ln(2xy)).$$

(a) Mikä on F:n suurin mahdollinen määrittelyjoukko?

(b) Muodosta derivaattamatriisi $F'(x, y)$.

(c) Muodosta funktion $F(x, y)$ linearisointi pisteen $(2, 1)$ ympäristössä.

2. Selvitä Lagrangen menetelmällä mikä käyrän $x^2 y \sqrt{y} = \frac{4}{3}$ ensimmäisessä koordinaattineljänneksessä oleva piste on lähimpänä origoa. (Vihje: Minimoi etäisyyden neliötä.)

3. Ilman lämpötila riippuu paikasta kaavan

$$T(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2 + 1}$$

mukaisesti. Ampiainen lentää reittiä $\mathbf{r}(t) = (x(t), y(t)) = (t - t^2, t)$. Laske ampiaisen kokema lämpötilan muutosnopeus hetkellä $t = 2$
(a) ajan suhteen $(°C/s)$
(b) paikan suhteen $(°C/m)$.

4. Laske integraali

$$\iiint_T z\, dV$$

kun T on pintojen $z = 4 - x^2 - y^2$ ja $z = \sqrt{x^2 + y^2} - 2$ rajaaman kappaleen se neljännes, jossa $x \geq 0$ ja $y \geq 0$. (Vihje: Pinnat leikkaavat kun $z = 0$.)

TAMPEREEN TEKNILLINEN YLIOPISTO

MAT-10442 Insinöörimatematiikka B 4u
Tentin kaavaliite (periodi 4/2012–2013), luennoitsija: Lassi Paunonen

1. $F(\mathbf{x}) \approx F(\mathbf{a}) + F'(\mathbf{a})(\mathbf{x} - \mathbf{a})$

2. $\begin{cases} g(\mathbf{x}) = 0 \\ \nabla f(\mathbf{x}) = \lambda \nabla g(\mathbf{x}) \end{cases}$

3. $\begin{cases} x = \rho \sin\phi \cos\theta \\ y = \rho \sin\phi \sin\theta \\ z = \rho \cos\phi \end{cases}$ $\qquad dx\,dy\,dz = \rho^2 \sin\phi \, d\rho\, d\phi\, d\theta$

4. $m = \iiint_T \delta\, dV, \qquad \overline{x} = \frac{1}{m} \iiint_T x\delta\, dV, \qquad I_z = \iiint_T (x^2 + y^2)\delta\, dV$

5. $\sin^2 t = \frac{1 - \cos(2t)}{2}, \qquad \cos^2 t = \frac{1 + \cos(2t)}{2}$

6. $(\mathbf{x} - \mathbf{p}) \bullet \mathbf{n} = 0$