

MAT-20501 Todennäköisyyslaskenta

Tentti 4.3.2013 / Kimmo Vattulainen

- Vastaa jokainen tehtävä eri paperille.
 - Funktiolaskin sallittu.
-

1. a) $P(A) = 0.40$ ja $P(A \cup B) = 0.60$. Mitä on $P(A \cap \bar{B})$, kun A ja B ovat riippumattomia

b) Satunnaismuuttujan odotusarvo $E(X)$ ja mediaani $Med(X)$ ovat jakauman keskiarvoa kuvaavia tunnuslukuja. Jatkuvan satunnaismuuttujan X mediaani on luku, joka toteuttaa ehdon $P(X \leq Med(X)) = \frac{1}{2}$ eli mediaani jakaa otosavaruuden kahteen, todennäköisyydeltään yhtäsuureen osaan. Laske jatkuvan satunnaismuuttujan X odotusarvo ja mediaani, kun tiheysfunktio ja otosavaruus ovat

$$f(x) = \frac{x^2}{9}, x \in \Omega = [0, 3]$$

2. On kolme kirjekuorta, joissa yhdessä on 120 euroa ja kaksi muuta ovat tyhjiä. Henkilöt A ja B yrittävät arvata rahakuoren ja molemmilla on kolme arvausta.

A pelaa varman päälle ja valitsee jokaisen kuoren yhden kerran. B puolestaan tekee arvaukset toisistaan riippumattomasti, jolloin hän valitsee yhden kuoren 0–3 kertaa. Laske molempien henkilöiden saaman rahasumman odotusarvo, kun raha 120 euroa jaetaan oikeiden arvausten lukumäärien suhteessa.

3. Talossa on järjestelmä, joka asukkaiden poissa ollessa sytyttää ja sammuttaa valot satunnaisesti kerran tunnissa. Olkoon X aika, jolloin valot sytytetään ja Y aika, jolloin ne sammutetaan (yksikkönä tunti). Ajat lasketaan joka tunnin alusta. Systeemi on suunniteltu niin, että (X, Y) noudattaa jakaumaa, jonka tiheysfunktio on

$$f(x, y) = 8xy, 0 < x < y < 1$$

Laske ehdollinen todennäköisyys, että valot sammuvat vasta viimeisen 15 minuutin aikana, jos ne palavat vähintään puoli tuntia?

4. Noppaa on heitetty 100 kertaa ja tulosten summaksi on saatu 380. Onko noppa kunnollinen siinä mielessä, että se antaa keskimäärin oikeita tuloksia? Tutki asiaa keskeisen raja-arvolauseen avulla, kuinka harvinainen tulos 380 tai sitä suurempi arvo on? Käytä 5%:n merkitsevyystasoa.

T1 0.4
Vb 12