

MAT-10410 Insinöörimatematiikka X 1u / Hirvonen

Tentti 05.03.2013

Ei laskimia tai kirjallista materiaalia. Kaavakokoelma kääntöpuolella.

**Huom.** Missään tehtävässä pelkkä lopputuloksen ilmoittaminen ei riitä, vaan vastauspaperin tulee sisältää päättely, jolla lopputulokseen päädyit.

- (a) Tutki totuustaululla, milloin lauseke  $\neg(p \leftrightarrow \neg q) \wedge \neg(p \rightarrow q)$  on tosi.  
(b) Selvitä funktion suurin määrittelyjoukko, kun funktion lauseke on

$$f(x) = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^2-x-6}.$$

- (a) Etsi arvo  $a$ , jolla funktio  $f$  on jatkuva koko  $\mathbb{R}$ :ssä, tai anna perustelu, miksi  $f$  ei voi olla jatkuva koko  $\mathbb{R}$ :ssä millään arvolla  $a$ .

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x + a, & \text{kun } x \leq 2 \\ e^{x-2} + 3, & \text{kun } x > 2 \end{cases}$$

- (b) Laske raja-arvo

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{\frac{1}{3}} - \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}}{x^{\frac{1}{4}} - \frac{1}{4}x - \frac{3}{4}}.$$

Varmuudeksi: Osoittajassa ensimmäisen termin eksponentti on  $\frac{1}{3}$ , nimittäjässä  $\frac{1}{4}$ .

- Tarkastellaan funktiota  $f(x) = \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{3}x^3 + 1$ .

- (a) Etsi funktion lokaalit ääriarvot.  
(b) Mikä on funktion tangentin yhtälö pisteessä  $x = 0$ ?

- Tarkastellaan yhtälöä

$$2z^2 - (1 + 8i)z - (m + 4i) = 0,$$

missä  $z \in \mathbb{C}$  on muuttuja ja  $m \in \mathbb{R}$  on tuntematon vakio.

- (a) Etsi kaikki luvut  $m$ , joille yhtälöllä on reaalinen ratkaisu.  
(b) Etsi kaikki luvut  $m$ , joille yhtälöllä on puhtaasti imaginäärinen ratkaisu.



---

**Insinöörimatematiikka 1u**  
**Tentin kaavaliite (periodi 1/2012–2013)**

---

**1. Derivointikaavoja**

$f(x)$	$f'(x)$
$a^x$	$a^x \ln a$
$\log_a x$	$\frac{1}{x \ln a}$
$\tan x$	$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$
$\sinh x$	$\cosh x$
$\cosh x$	$\sinh x$
$\tanh x$	$\frac{1}{\cosh^2 x}$
$\operatorname{ar sinh} x$	$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
$\operatorname{ar cosh} x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$
$\operatorname{ar tanh} x$	$\frac{1}{1-x^2}$

$$2. D_y f^{-1}(y) = \frac{1}{f'(x)} \quad (y = f(x))$$

$$3. \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \quad \tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x}$$

$$4. \operatorname{ar sinh} x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}), \quad \operatorname{ar cosh} x = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}),$$

$$\operatorname{ar tanh} x = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1+x}{1-x} \right)$$

$$5. \sin(\theta + \phi) = \sin \theta \cos \phi + \cos \theta \sin \phi$$
$$\cos(\theta + \phi) = \cos \theta \cos \phi - \sin \theta \sin \phi$$

$$6. e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$$