

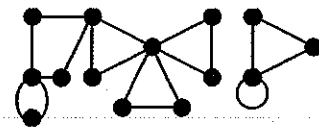
**Huom!** Mukana ei saa olla kirjallisuutta, tietokoneita eikä taulukoita. Funktiolaskin on sallittu.

1. Graafin viivan *aste* on sen vierusviivojen lukumäärä. Graafin sanotaan olevan *d*-viivasäännöllinen, jos se on yksinkertainen ja sen jokaisen viivan aste on *d*.

- a) Täydellinen graafi  $K_n$  on  $d_n$ -viivasäännöllinen jollekin asteluvulle  $d_n$ . Mikä on tämä asteluku  $d_n$ ? (Tässä tietysti oletetaan, että  $n \geq 2$ .)
- b) Etsi kaikki pistemäärältään pienimmät 3-viivasäännölliset graafit. (Perustelut mukaan!)

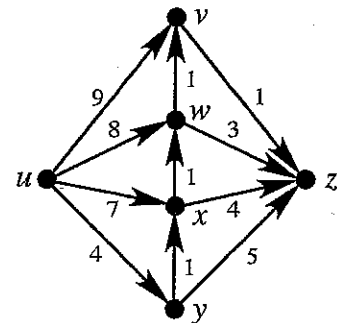
(Helposti näkee, että täydelliset graafit antavat yksikäsitteiset pistemäärältään pienimmät viivasäännölliset graafit, jos aste on parillinen. Parittomat asteluvut ovatkin sitten toinen juttu.)

2. Graafin  $G$  jokainen viiva on tarkalleen yhdessä piirissä. Tässä ajatellaan piiri viivojensa indusoimaksi aligraafiksi. Ohessa on esimerkki mainitunlaisesta graafista.



Tällaisen graafin piirien lukumäärä riippuu vain pisteiden, viivojen ja komponenttien lukumääristä. Jos  $G$ :ssä on  $n$  pistettä,  $m$  viiva ja  $k$  komponenttia, niin paljonko siinä on piirejä? Perustele vastauksesi! (Vihje: Mieti ensin asiaa yhtenäiselle  $G$ :lle.)

- 3. a) Dijkstran algoritmi, millainen se on ja mihin sillä pyritään.
- b) Sovella Dijkstran algoritmia oheiseen digraafiin: lähtöpiste  $u$ , maalipiste  $z$ , nuolipainot on annettu kuvassa. Selosta tarkasti, mitä kussakin vaiheessa teet! (Ratkaisun näkee tietysti suoraankin. Tarkoitus onkin testata osaatko Dijkstran algoritmin.)



4. Siirtoverkot, maksimivirtaukset ja Ford–Fulkerson-algoritmi.

5. Mitä on **a)** graafin tasottuvuus, **b)** tasograafi ja **c)** graafin väritys, ja **d)** miten nämä liittyvät toisiinsa?