

MAT-10421 Insinöörimatematiikka A2u

LEHTO

Tentti 10.12.2012

Ei kirjallisuutta, muistiinpanoja eikä laskinta!

HUOM! Erottele vastauksessasi selvästi vektorit ja skalaarit toisistaan merkinnällisesti. (Tehtäväpaperissa tummennettu fontti tarkoittaa vektoria.)

T1. Missä pisteessä suora $\frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{-2}$ leikkaa tason $x - y + 3z = 1$ eli minkä pisteen koordinaatit toteuttavat kummankin em. yhtälön?

T2. Laske seuraavan matriisin determinantti. Huomaa, että työmäärä on erittäin suuri, ellet käytä hyväksi determinanttien ominaisuuksia, joilla pääset pienentämään laskettavan määrää.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

T3. Matriisi A on ortogonaalinen, jos $A^{-1} = A^T$.

Olkoot matriisit A ja B ortogonaalisia. Osoita, että

a) AB on ortogonaalinen.

b) A^{-1} on ortogonaalinen.

c) $\|Ax\| = \|x\|$ (Vihje: Osoita ensin, että $(v.p.)^2 = (o.p.)^2$ ja muista, että esim. $\|y\|^2 = y^T y$.)

Määrää pienimmän neliösumman menetelmällä suora $\vec{y} = a\vec{x} + b$, joka parhaiten sopii mittaustuloksiin.

T4. Etsi ominaisarvot ja niitä vastaavat ominaisvektorit matriisille

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$