

MAT-10411 Insinöörimatematiikka A1u (Martti Lehto)

Tentti 15.10.2012

Ei kirjallisuutta, muistiinpanoja eikä laskinta!

1. Laske seuraavat raja-arvot tai osoita, ettei raja-arvoa ole olemassa:

a) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x^2 - 16}$, b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x - 2|}{x^2 + x - 6}$, c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$

2. a) Osoita, että funktion $h(x) = \frac{\cos x}{1 - \sin x}$ derivaatta on $h'(x) = \frac{1}{1 - \sin x}$.

b) Derivoi funktio $g(t) = \sqrt{\frac{\sin t}{t}}$, missä $t \in (0, \pi)$

c) Derivoi yhdistetty funktio $f(2 - 3f(4 - 5x))$, missä f on jokin derivoituva funktio.

3. Etsi funktion $h(x) = 3x^{2/3} - 2$ suurin ja pienin arvo välillä $[-1, 1]$.

4. a) Esitä muodossa $z = x + iy$ kompleksiluku, jonka itseisarvo $= 1/2$ ja vaihekulma $= -\pi/3$.

b) Laske luvun -4 neljännet juuret (joita on 4 kpl) ja ilmoita ne summamuodossa $x + iy$.

Kaavakokoelma kääntöpuolella!



Insinöörimatematiikka 1u
Tentin kaavaliite (periodi 1/2012–2013)

1. Derivointikaavoja

$f(x)$	$f'(x)$
a^x	$a^x \ln a$
$\log_a x$	$\frac{1}{x \ln a}$
$\tan x$	$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$
$\sinh x$	$\cosh x$
$\cosh x$	$\sinh x$
$\tanh x$	$\frac{1}{\cosh^2 x}$
$\operatorname{ar sinh} x$	$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
$\operatorname{ar cosh} x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$
$\operatorname{ar tanh} x$	$\frac{1}{1-x^2}$

2. $D_y f^{-1}(y) = \frac{1}{f'(x)} \quad (y = f(x))$

3. $\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \quad \tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x}$

4. $\operatorname{ar sinh} x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}), \quad \operatorname{ar cosh} x = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}),$

$$\operatorname{ar tanh} x = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right)$$

5. $\sin(\theta + \phi) = \sin \theta \cos \phi + \cos \theta \sin \phi$
 $\cos(\theta + \phi) = \cos \theta \cos \phi - \sin \theta \sin \phi$

6. $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$