

**MAT-10442 Insinöörimatematiikka B 4u (Kauhanen)**
Tentti 27.8.2012

Ei laskinta eikä taulukkokirjoja. Kaavaliite ohessa.

1. Osoita, että funktio $u(x, t) = \sin(kx) \sin(akt)$ toteuttaa aaltoyhtälön

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}.$$

2. Määritä funktion $f(x, y) = 4x + 6y - x^2 - y^2$ suurin ja pienin arvo joukossa, jossa $0 \leq x \leq 4$ ja $0 \leq y \leq 5$. Missä joukon pisteissä ääriarvot saavutetaan?

3. Laske

$$\iint_R \sqrt{4 - x^2 - y^2} dA,$$

kun $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0\}$.

4. Laske sen \mathbb{R}^3 :n osajoukon tilavuus, jota rajaa ylhäältä pinta $z = y^2$ ja alhaalta xy -tason kolmio, jonka kärkipisteet ovat $(1, 0)$, $(2, 1)$ ja $(4, 0)$.



MAT-10442 Insinöörimatematiikka B 4u
Tentin kaavaliite (periodi 4/2011–2012)

1. $f(x) \approx f(a) + f'(a)(x - a)$

2.
$$\begin{cases} g(\mathbf{x}) = 0 \\ \nabla f(\mathbf{x}) = \lambda \nabla g(\mathbf{x}) \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} x = \rho \sin \phi \cos \theta \\ y = \rho \sin \phi \sin \theta \\ z = \rho \cos \phi \end{cases} \quad dx \, dy \, dz = \rho^2 \sin \phi \, d\rho \, d\phi \, d\theta$$

4. $m = \iiint_T \delta \, dV, \quad \bar{x} = \frac{1}{m} \iiint_T x \delta \, dV, \quad I_z = \iiint_T (x^2 + y^2) \delta \, dV$

5. $\sin^2 t = \frac{1 - \cos(2t)}{2}, \quad \cos^2 t = \frac{1 + \cos(2t)}{2}$

6. $(\mathbf{x} - \mathbf{p}) \cdot \mathbf{n} = 0$