



MAT-10431 Insinöörimatematiikka A 3U, Tentti 23.4.2012

Ohjeet: Ei laskimia, ei muistiinpanoja eikä kaavakokoelmia.

Kirjoita pääkonseptiin nimen alle

neljä 2x2-ruudun kokoista neliötä:

--	--	--	--

Jokainen tehtävä tehdään omalle sivulle / omille sivuille.

Kirjoita vastauksien perustelut ja välivaiheet näkyviin!

1. (a) (maks. 3 pistettä) Suppeneeko seuraava epäoleellinen integraali?

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx$$

Laske myös integraalin arvo, jos integraali suppenee.

- (b) (maks. 3 pistettä) Laske integraalifunktio

$$\int x^2 \ln(x) dx.$$

2. (a) (maks. 5 pistettä) Ratkaise alkuarvotehtävä:

$$y'' - 3y' + 2y = 0, \quad y(0) = 5, \quad y'(0) = 7$$

- (b) (maks. 1 piste) Laske

$$y'' - 3y' + 2y,$$

missä y on a-kohdassa laskemasi funktio.

3. Ratkaise seuraavat alkuarvotehtävät:

(a) $y' = -8xy$ ja $y(0) = 3$

(b) $y' = -8xy$ ja $y(0) = 0$

(c) $y' = -8xy$ ja $y(0) = -3$

Tässä y on x :n funktio eli $y = y(x)$ ja $y' = \frac{dy}{dx}$.

4. Ratkaise joko (a)-kohta tai (b)-kohta, mikäli ratkaiset molemmat niin **paremmin** mennyt otetaan mukaan arvosteluun:

(a) Laske rekursiivisesti määritellyn lukujonon (a_n) raja-arvo, mikäli se on olemassa.

$$a_1 = \sqrt{2} \quad \text{ja} \quad a_{n+1} = \sqrt{2 + a_n},$$

missä $n \in \mathbb{N}$. Vihje. osoita ensiksi, että raja-arvo on olemassa.

(b) Seuraava Maclaurinin sarja oletetaan tunnetuksi (suppenemisväli on koko \mathbb{R}):

$$e^{-x^2} = 1 - x^2 + \frac{x^4}{2} - \frac{x^6}{6} + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \cdot \frac{x^{2k}}{k!}$$

Arvioi integraalia $\int_0^{\frac{1}{2}} e^{-x^2} dx$ kahden desimaalin tarkkuudella.