

MAT-10411 Insinöörimatematiikka A1u

Tentti 23.1.2012

Ei kirjallisuutta, muistiinpanoja eikä laskinta!

1. Derivoi funktiot

a) $h(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$

b) $p(x) = \sin(x)\cos(x) + \cos^2(x)\tan(x)$

c) $g(x) = f(f(e^{2x}))$, missä f on jokin derivoituva funktio. Funktio g on siis yhdistetty funktio.

2. Olkoon edellisen tehtävän funktio $h(x)$ määritelty muuttujan arvoilla $x > 2$.

a) Mikä on funktion arvojoukko? Hahmottele funktion kuvaajan kulku määrittelyalueessaan.

b) Perustele, miksi näin määritellyllä funktiolla on käänteisfunktio ja laske kyseisen käänteisfunktion derivaatta pisteessä $\frac{3}{4}$, siis $Dh^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$, muodostamatta itse käänteisfunktioita.

Vihje: $Df^{-1}(x) = \frac{1}{Df(y)}$

3. a) Millä x :n arvolla $\sinh(x) + \cosh(x) = 2$?

b) Laske $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sinh(x) - \cosh(x))$.

4. a) Sievennä summamuotoon $x+iy$ kompleksiluku $w = \frac{2+3i}{4-i} + \frac{i}{1+i\sqrt{3}}$.

b) Laske kompleksiluvun $-4i$ kaikki neliöjuuret.

Kaavakokoelma kääntöpuolella!



Insinöörimatematiikka 1u
Tentin kaavaliite (periodi 1/2011–2012)

1. Derivointikaavoja

$f(x)$	$f'(x)$
a^x	$a^x \ln a$
$\log_a x$	$\frac{1}{x \ln a}$
$\tan x$	$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$
$\sinh x$	$\cosh x$
$\cosh x$	$\sinh x$
$\tanh x$	$\frac{1}{\cosh^2 x}$
$\operatorname{ar sinh} x$	$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
$\operatorname{ar cosh} x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$
$\operatorname{ar tanh} x$	$\frac{1}{1-x^2}$

$$2. D_y f^{-1}(y) = \frac{1}{f'(x)} \quad (y = f(x))$$

$$3. \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \quad \tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x}$$

$$4. \operatorname{ar sinh} x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}), \quad \operatorname{ar cosh} x = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}),$$

$$\operatorname{ar tanh} x = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right)$$