



Tentissä ei saa käyttää muistiinpanoja eikä kirjallisuutta. Kaikki laskimet ovat sallittuja.

1. Olkoot A ja B tapahtumia ja oletetaan, että $\mathbb{P}(A) = 0.7$, $\mathbb{P}(B) = 0.5$ sekä $\mathbb{P}(A \cup B) = 0.9$.

- Tutki, ovatko A ja B riippumattomia.
- Laske ehdollinen todennäköisyys $\mathbb{P}(A \mid B)$.
- Laske ehdollinen todennäköisyys $\mathbb{P}(\bar{A} \mid \bar{B})$.

Huomaa: \bar{A} tarkoittaa tapahtuman A komplementtia.

2. Oletetaan, että $\mathbf{x} \sim \text{Poi}(\lambda)$, $\lambda > 0$. Tunnetusti

$$f_{\mathbf{x}}(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

- Määrittää λ , kun tiedetään, että $\mathbb{P}(\mathbf{x} = 1) = \mathbb{P}(\mathbf{x} = 2)$.
- Johda lauseke odotusarvolle $\mathbb{E}(\mathbf{x}(\mathbf{x} - 1))$.

3. Satunnaismuuttujien \mathbf{x} ja \mathbf{y} yhteisjakauman tiheysfunktio on

$$f_{\mathbf{x}, \mathbf{y}}(x, y) = 4xy, \quad 0 \leq x, y \leq 1.$$

Laske todennäköisyydet $\mathbb{P}(0 \leq \mathbf{x} \leq \frac{1}{2})$, $\mathbb{P}(\mathbf{x} \leq \mathbf{y})$ ja $\mathbb{P}(\mathbf{x}^2 + \mathbf{y}^2 \leq 1)$.

4. Yritys valmistaa vähän energiaa kuluttavia lamppuja. Lampun kestoajan odotusarvoksi yritys ilmoittaa 800 tuntia ja hajonnaksi 40 tuntia.

Valitaan satunnaisesti 100 lämpua ja testataan niiden kestoikä. Olkoon $\bar{\mathbf{x}}$ otoskeskiarvo. Arvioi keskeisen raja-arvolauseen nojalla todennäköisyyttä $\mathbb{P}(\bar{\mathbf{x}} \geq 810)$.

Anna vastaus Φ -funktion avulla.