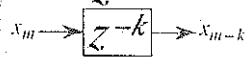


MAT-20601 Diskreetti matematiikka

Tentti 18.10.2010



- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta
- Kirjoita konsepteihin DIMa, nimesi ja numerosi

- Piirrä pääkonseptiin nimen alle peräkkäin neljä neljötä $a \cdot 2 \times 2$.

--	--	--	--

1. (a) Esitä signumfunktion arvot $\text{signum}(x)$, $x \in \mathbb{R}$, määrittävä yksi lauseke käyttäen Heavisiden funktiota (siis ei paloittain määrittystä).

(b) Määritä $\mathcal{Z}(\{2 + 3^k\})$ ja $\mathcal{Z}^{-1}\left[\frac{z^2}{(z-1)(z-3)}\right]$.

2. Systemiin menee sisään herätteenä jono $\{x_k\} = \{\sin(k\pi/2)\}$. Jonoon operoidaan ja ulostulevan jonon $\{y_k\}$ z-muunnos

$$Y(z) = \frac{3z}{4z^2 + 4} + \frac{z}{(3z-1)(5z-1)}$$

- (a) Etsi siirtofunktio H sekä sen nollat ja navat.
 (b) Suppeneeko jono $\{h_k\}$ kohti nollaa? Perustele vastauksesi.
 (c) Miten H vaikutti herätejonoon?
3. (a) Osoita, että jokaista kokonaislukua n kohti

$$3 \mid n(n+2)(n+4).$$

- (b) Etsi kaikki sellaiset kokonaisluvut n , jotka toteuttavat samanaikaisesti seuraavat 3 kongruenssiyhtälöä

$$n \equiv 0 \pmod{2^2}, \quad n \equiv -1 \pmod{3^2}, \quad n \equiv -2 \pmod{5^2}.$$

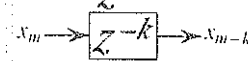
4. (a) Osoita, että $(n-1)! \equiv 0 \pmod{n}$, aina kun $n \neq 4$ on yhdistetty positiivinen kokonaisluku.

- (b) Paljonko on heksadesimaalijärjestelmässä

$$(110011011101011)_2 + (167)_8 - (6438)_{16}?$$

MAT-20601 Diskreetti matematiikka

Kaavakokoelma



Taulukko z-muunnoksista.

$x_k = ka^{k-1}$, a on vakio

$$X(z) = \frac{z}{(z-a)^2}, \quad |z| > |a|$$

$x_k = \cos(k\omega T)$, ω, T ovat vakioita

$$X(z) = \frac{z(z - \cos(\omega T))}{z^2 - 2z \cos(\omega T) + 1}, \quad |z| > 1$$

$x_k = \sin(k\omega T)$, ω, T ovat vakioita

$$X(z) = \frac{z \sin(\omega T)}{z^2 - 2z \cos(\omega T) + 1}, \quad |z| > 1$$

Ominaisuudet:

1. $\mathcal{Z}(\{x_{k-k_0}\}) = \frac{1}{z^{k_0}} \mathcal{Z}(\{x_k\})$

2. $\mathcal{Z}(\{x_{k+k_0}\}) = z^{k_0} X(z) - \sum_{p=0}^{k_0-1} x_p z^{k_0-p}$

3. $\mathcal{Z}(\{a^k x_k\}) = X(z/a)$

4. $\mathcal{Z}(\{k^n x_k\}) = (-z \frac{d}{dz})^n X(z)$

5. $\mathcal{Z}(\{(x * y)_k\}) = \mathcal{Z}\left(\left\{\sum_{p=0}^k x_p y_{k-p}\right\}\right) = X(z)Y(z)$