$x_m \to \boxed{z^{-k}} \to x_{m-k}$

MAT-20601 Diskreetti matematiikka
Tentti 18.10.2010

- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta
- Kirjoita konsepteihin DiMa, nimesi ja numerosi
- Piirrä pääkonseptiin nimen alle peräkkäin neljä neliötä a' 2 × 2.

1. **(a)** Esitä signumfunktion arvot signum(x), $x \in \mathbb{R}$, määrittävä yksi lauseke käyttäen Heavisiden funktiota (siis ei paloittain määritystä).

(b) Määritä $\mathcal{Z}(\{2+3^k\})$ ja $\mathcal{Z}^{-1}\left[\dfrac{z^2}{(z-1)(z-3)}\right]$.

2. Systeemiin menee sisään herätteenä jono $\{x_k\} = \{\sin(k\pi/2)\}$. Jonoon operoidaan ja ulostulevan jonon $\{y_k\}$ z-muunnos

$$Y(z) = \frac{3z}{4z^2+4} + \frac{z}{(3z-1)(5z-1)}.$$

(a) Etsi siirtofunktio H sekä sen nollat ja navat.

(b) Suppeneeko jono $\{h_k\}$ kohti nollaa? Perustele vastauksesi.

(c) Miten H vaikutti herätejonoon?

3. **(a)** Osoita, että jokaista kokonaislukua n kohti

$$3 \mid n(n+2)(n+4).$$

(b) Etsi kaikki sellaiset kokonaisluvut n, jotka toteuttavat samanaikaisesti seuraavat 3 kongruenssiyhtälöä

$$n \equiv 0 \mod 2^2, \quad n \equiv -1 \mod 3^2, \quad n \equiv -2 \mod 5^2.$$

4. **(a)** Osoita, että $(n-1)! \equiv 0 \mod n$, aina kun $n \neq 4$ on yhdistetty positiivinen kokonaisluku.

(b) Paljonko on heksadesimaalijärjestelmässä

$$(110011011101011)_2 + (167)_8 - (6438)_{16}?$$

$x_m \to \boxed{z^{-k}} \to x_{m-k}$

MAT-20601 Diskreetti matematiikka
Kaavakokoelma

Taulukko z-muunnoksista.

$x_k = ka^{k-1}$, a on vakio	$X(z) = \dfrac{z}{(z-a)^2}$,	$\|z\| > \|a\|$
$x_k = \cos(k\omega T)$, ω, T ovat vakioita	$X(z) = \dfrac{z(z-\cos(\omega T))}{z^2 - 2z\cos(\omega T)+1}$,	$\|z\| > 1$
$x_k = \sin(k\omega T)$, ω, T ovat vakioita	$X(z) = \dfrac{z\sin(\omega T)}{z^2 - 2z\cos(\omega T)+1}$,	$\|z\| > 1$

Ominaisuudet:

1. $\mathcal{Z}(\{x_{k-k_0}\}) = \frac{1}{z^{k_0}}\mathcal{Z}(\{x_k\})$
2. $\mathcal{Z}(\{x_{k+k_0}\}) = z^{k_0}X(z) - \sum_{p=0}^{k_0-1} x_p z^{k_0-p}$
3. $\mathcal{Z}(\{a^k x_k\}) = X(z/a)$
4. $\mathcal{Z}(\{k^n x_k\}) = (-z\frac{d}{dz})^n X(z)$
5. $\mathcal{Z}(\{(x*y)_k\}) = \mathcal{Z}\left(\left\{\sum_{p=0}^{k} x_p y_{k-p}\right\}\right) = X(z)Y(z)$