

# MAT-10411 Insinöörimatematiikka A1u

Tentti 10.1.2011

**Ei kirjallisuutta, muistiinpanoja eikä laskinta!**

1. Osoita induktioperiaatteella, että  $\ln(a_1 a_2 \cdots a_n) = \ln a_1 + \ln a_2 + \cdots + \ln a_n$ , jos  $a_k > 0$ , kun  $k = 1, 2, \dots, n$  ja lisäksi tiedetään, että positiiviluvuille  $a$  ja  $b$  on voimassa  $\ln(ab) = \ln a + \ln b$ .

2. a) Laske  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x^2 - 16}$ .

b) Jos  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 5}{x - 2} = 3$ , niin mitä on  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ ?

3. Päättele suorakulmaisen kolmion avulla, mitä on  $\tan(\arcsin(x))$ .

4. a) Piirrä kompleksitasoon se alue  $A$ , johon kuuluvilla kompleksiluvuilla  $z$  on ominaisuus  $\pi \leq \arg(z) \leq \frac{7\pi}{4}$ .

b) Anna alueesta  $A$  kolme kompleksilukua, joita vastaavien pisteiden etäisyys origosta on 1.

c) Anna sellainen kompleksiluku  $w$ , että kun sillä kerrotaan mielivaltainen alueen  $A$  kompleksiluku  $z$ , niin kompleksilukua  $wz$  vastaava piste ei sijaitse  $A$ :ssa.