

MAT-20501 Todennäköisyyslaskenta

Tentti 14.12.2010

- Kaikenlaiset laskimet sallittu.
- Ei omaa kirjallista materiaalia.
- Vastaa jokainen tehtävä eri paperille.
- Merkitse vastauspaperiisi, suorititko harjoituspaketin kurssin 1. vai 2. periodin toteutuskerralla.

1. a) Tiedetään, että $P(B \cap \bar{A}) = 0.6$ ja $P(A|B) = 0.2$. Mitä on $P(B)$? (3 pistettä)
- b) Osoita: Jos A ja B ovat saman otosavaruuden riippumattomia tapahtumia, niin \bar{A} ja \bar{B} ovat myös riippumattomia. (3 pistettä)

2. Jatkuvan satunnaismuuttujan tiheysfunktio on muotoa

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{x^2}, & x \geq 2 \\ 0, & \text{muulloin} \end{cases}$$

- a) Määrä a . (2 pistettä)
- b) Laske satunnaismuuttujan odotusarvo. (2 pistettä)
- c) Laske satunnaismuuttujan varianssi. (2 pistettä)
3. Satunnaisvektorin (x, y) tiheysfunktio on

$$f(x, y) = xy, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 2$$

- a) Laske todennäköisyys $P(x + y \leq 2)$ (3 pistettä)
- b) Ovatko komponentit x ja y riippumattomia? Perustele vastauksesi. (3 pistettä)
4. Erään nimeltämainitsemattoman kurssin tenttiin ilmottautui 300 henkilöä. Arvosanojen frekvenssit f löytyvät allaolevasta taulukosta. Tämän aineiston perusteella päätetään satunnaismuuttujan $X = \text{'arvosana'}$ teoreettinen jakauma samaksi kuin tämä jakauma.

Arvosana	0	1	2	3	4	5
f	105	45	60	45	30	15

- a) Kuinka monta prosenttia opiskelijoista pääsi läpi (arvosana vähintään 1)? (1 piste)
- b) Laske arvosanan odotusarvo ja varianssi. (2 pistettä)
- c) 40% arvosanan 0 saaneista ei saapunut tenttiin. Laske montako prosenttia tenttiin saapuneista pääsi läpi. Laske myös tenttiin saapuneiden arvosanan odotusarvo ja varianssi. (3 pistettä)