

MAT-10421 Insinöörimatematiikka A2u

Tentti 24.1.2011

Ei kirjallisuutta, muistiinpanoja eikä laskinta!

T1. Kolmiulotteisessa avaruudessa sijaitsevan suunnikkaan samasta kulmapisteestä lähtevät sivut ovat vektorit $\mathbf{a} = [2,0,3]$ ja $\mathbf{b} = [-1,1,2]$.

a) Laske suunnikkaan lävistäjien pituudet.

b) Projisoi lyhyempi lävistäjä sekä \mathbf{a} :lle että \mathbf{b} :lle. Laske projektiovektoreiden pituudet.

(Vihje: $u_v = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{\|\mathbf{v}\|^2} \mathbf{v}$)

T2. Osoita, että

a) jos $A^2 = A$, niin $(I - 2A) = (I - 2A)^{-1}$, missä I on kertaluvultaan A :n kokoinen yksikkömatriisi.

b) jos A, B ja C ovat neliömatriiseja ja $ABC = I$, niin B on kääntyvä ja $B^{-1} = CA$.

T3. Etsi matriisin $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ -6 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ käänteismatriisi kokonaimatriisiin $(A:I)$

avulla.

T4. Olkoon

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

Etsi matriisin A ominaisarvot ja niitä vastaavat ominaisvektorit.

Voidaanko A diagonalisoida? Jos voidaan, niin mikä on diagonalisoiva matriisi?