

MAT-13510 Laaja Matematiikka 1U. Tentti 17.10.2011.
Esko Turunen

EI LASKIMIA – EI KIRJALLISUUTTA!

1. Todista induktiolla oikeaksi tai vastaesimerkin avulla vääräksi, että kaikille luonnollisille luvuille $n > 7$ pätee $n^2 > 7n + 1$.
2. Todista, että $\sqrt{7} \notin \mathbb{Q}$.
3. Tarkastellaan kompleksilukuja $a = \sqrt{3} - i$ ja $b = \sqrt{2} - \sqrt{2}i$
 - (i) Laske suoraan kertomalla $a \cdot b$.
 - (ii) Esitä luvut a ja b polaarimuodossa ja eksponenttimuodossa.
 - (iii) Esitä tulo $a \cdot b$ polaarimuodossa ja eksponenttimuodossa.
 - (iv) Ratkaise edellisten kohtien nojalla $\cos(\frac{5\pi}{12})$:n tarkka arvo neliöjuurien avulla lausuttuna.
4. (a) Laske raja-arvo $\lim_{x \rightarrow 3} (4x - 7)$ ja todista sitten tulos $\epsilon\delta$ -tekniikalla.
(b) Laske raja-arvo $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + x - \sin(x)}{1 - \cos(x)}$.
5. (a) Johda funktion $f'(x)$ lauseke derivaatan määritelmään nojautuen, kun $f(x) = x^4 - 1$.
(b) Tutki derivaatan avulla funktion $f(x) = e^{\sin(x)}$ ääriarvoja.