

## Insinöörimatematiikka X 1

Tentti 26.04.2010

Ei laskinta tai kirjallista materiaalia.

Kurssilla on käsitelty mm. seuraavia kaavoja, joista joitakin saatat tarvita:

$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = \begin{bmatrix} u_2v_3 - u_3v_2 \\ u_3v_1 - u_1v_3 \\ u_1v_2 - u_2v_1 \end{bmatrix}, \quad \text{proj}_{\mathbf{v}} \mathbf{u} = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{\|\mathbf{v}\|^2} \mathbf{v}, \quad \cos \theta = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{\|\mathbf{u}\| \|\mathbf{v}\|}$$
$$d(\mathbf{b}, l) = \|\mathbf{v} - \text{proj}_d(\mathbf{v})\|, \quad d(\mathbf{b}, \mathcal{P}) = \|\text{proj}_n(\mathbf{v})\|$$

Huom. Missään tehtävässä pelkkä vastaus ei riitä, vaan vastauspaperin tulee sisältää myös päättely, jolla vastaukseen päädyit.

- Etsi polynomien  $p(z) = 3z^4 - 4z^3 - z^2 + 2z$  nollakohtat ja esitä polynomi  $p(z)$  nollakohtien avulla ensimmäisen asteen polynomien tulona.
- Tarkastellaan funktiota  $f$ , jolle  $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ .
  - Kun  $g(x) = \frac{1}{x}$ , mitkä ovat yhdistettyjen funktioiden  $f \circ g$  ja  $g \circ f$  lausekkeet ja suurimmat määrittelyjoukot?
  - Entä mitkä ovat funktion  $f$  määrittely- ja arvojoukko siinä tapauksessa, että sen käänteisfunktio  $f^{-1}$  on olemassa ja on vähenevä?  
Vihje: Selvitä aluksi käänteisfunktion lauseke. Vähenevyydellä on suuri merkitys eräässä valintatilanteessa.
- Suora  $l$  kulkee pisteiden  $(2, 1)$  ja  $(4, 0)$  läpi.
  - Esitä suora  $l$  vektorimuodossa, koordinaattimuodossa, normaalimuodossa ja yleisessä muodossa.
  - Kuinka kaukana origosta suora  $l$  kulkee?
- Ilmoita seuraavan lauseen negaatio. Onko lause vai sen negaatio tosi? Todista niistä kahdesta se, joka on tosi.

$$\forall x \in \mathbb{R} \exists n \in \mathbb{Z} : x^n \geq 0$$

- Todista induktiolla:  $n^2 > n$ , kun  $n \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$ .