

73050 Tilastomatematiikka Tentti 16.12.2003

1.välikoe = tehtävät 1,2,3

2.välikoe = tehtävät 4.5.6.

Tentti = viisi tehtävää. Kaavakokoelma jaetaan, laskinta saa käyttää.

- 1.(i) Saman otosavaruuden tapahtumien A ja B todennäköisyydet tunnetaan $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.4$. Lisäksi tiedetään, että $P(A \cap B) = 0.2$. Laske seuraavien tapahtumien todennäköisyydet:
a) $A \cup B$, b) $A \cap \bar{B}$.
- (ii) Heitetään kahta noppaa. Laske todennäköisyys, että silmälukujen summa on 3 tai 4.
2. Olkoon satunnaismuuttuja x tasan jakautunut välille $(1,3)$.
a) Laske x :n odotusarvo μ ja varianssi σ^2 .
b) Laske todennäköisyys $P(|x - \mu| < 1.6\sigma)$.
Vertaa Tsebsyhevian epäyhtälön antamaan arvioon.
3. a) Sähköisen komponentin kestoikä t (vuosissa) noudattaa eksponentiaalijakaumaa parametrilla $\lambda = 2$; ts. sen tiheysfunktio on $f(t) = 2e^{-2t}$, kun $t \geq 0$. Millä todennäköisyydellä satunnaisesti valittu komponentti kestää ainakin neljä kuukautta?
b) Asiakas ostaa kuusi kappaletta a) - kohdassa mainittuja sähköisiä komponentteja. Millä todennäköisyydellä vähintään kaksi niistä on sellaista, jotka kestävät ainakin neljä kuukautta?
4. Satunnaisvektorin $\mathbf{x} = (x, y)$ tiheysfunktio on $f(x, y) = 3x$, kun $0 < y < x < 1$.
a) Laske $E(x)$, $E(y)$ ja $E(xy)$. Ovatko x ja y riippumattomia?
b) Laske todennäköisyys $P(x > 2/3)$.
5. Satunnaismuuttujasta $x \sim N(\mu_x, \sigma_x^2)$ otettiin 26 kappaleen otos ja satunnaismuuttujasta $y \sim N(\mu_y, \sigma_y^2)$ 36 kappaleen otos. Otoskeskiarvoiksi ja otosvariانسseiksi saatiin seuraavat:
 $\bar{x} = 18.6$, $\bar{y} = 19.2$, $s_x^2 = 1.4$ ja $s_y^2 = 1.1$. Testaa nollahypoteesi $H_0: \mu_x = \mu_y$ vaihtoehtoa $H_1: \mu_x < \mu_y$ vastaan 5%:n riskitasolla.
6. a) Olkoon x_1, x_2, \dots, x_{30} otos $\text{bin}(1, p)$ - jakautuneesta satunnaismuuttujasta x . Mikä on
(i) summan $x_1 + x_2 + \dots + x_{30}$ normaaliapproksimaatio?
(ii) otoskeskiarvon \bar{x} normaaliapproksimaatio?
b) Satunnaismuuttujasta $x \sim N(\mu, \sigma^2)$ otetusta 26 kappaleen otoksesta saatiin otosvariانسsiksi $s^2 = 0.85$. Mikä on 95%:n luottamusväli variانسille σ^2 ?