73050 Tilastomatematiikka Tentti 7.5.2003

HUOM. Kokeessa saa käyttää laskimia ja jaettua kaavakokoelmaa.
1. välikoe = tehtävät 1,2,3 2. välikoe= tehtävät 4,5,6
Tentti = tehtävät 1-5

1. Olkoon $P(A) = 0.6$ ja $P(A \cup B) = 0.8$. Laske $P(B)$, kun

a) $A \cap B = \emptyset$
b) A ja B ovat riippumattomia
c) $P(A \mid B) = 0.5$.

2. Satunnaismuuttuja x ilmoittaa kruunujen lukumäärän 676 : ssa rahanheitossa. Satunnaismuuttuja x on siis binomijakautunut .
a) Laske x : n odotusarvo ja varianssi.
b) Arvioi todennäköisyyttä $P(299 \le x \le 377)$ Tsebyshevin epäyhtälön avulla.

3. Jatkuvassa käytössä olevassa koneessa vioittuu komponentti keskimäärin joka kymmenes tunti. Kone menee toimintakyvyttömäksi , jos vähintään kolme komponenttia on vioittunut.
a) Millä todennäköisyydellä kone toimii keskeytyksettä 24 tuntia ?
b) Perustele , miksi a)-kohdassa voit soveltaa Poisson-jakaumaa.

4. Satunnaisvektorin $\mathbf{x} = (x,y)$ tiheysfunktio on

$$f(x,y) = \begin{cases} 3e^{-3x-y} \text{ kun } & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{muulloin} \end{cases}.$$

Laske todennäköisyydet **a)** $P(x < 1 , y < 1)$ ja **b)** $P(x + y < 1)$.

5. Satunnaismuuttujasta $x \sim N(\mu, \sigma^2)$ on otettu 25 kappaleen otos. Otoskeskiarvoksi ja otosvarianssiksi saatiin : $\bar{x} = 1.472$, $s^2 = 0.081$. Testaa
a) nollahypoteesi $H_0 : \mu = 1.5$ vaihtoehtoa $H_1 : \mu \neq 1.5$ vastaan
b) nollahypoteesi $H_0 : \sigma^2 = 0.100$ vaihtoehtoa $H_1 : \sigma^2 < 0.100$ vastaan riskitasolla 0,05 .

6. Olkoot $x_1,x_2,\ldots,x_n$ ja $y_1,y_2,\ldots,y_n$ kaksi riippumatonta otosta satunnaismuuttujasta x , jonka odotusarvo on μ ja varianssi σ^2 . Kuinka suuri on otoskoon n oltava, jotta $P(|\bar{x} - \bar{y}| \le 0.25\sigma) \ge 0.95$?