

Huom! Mukana ei saa olla kirjallisuutta, tietokoneita eikä taulukoita. Funktiolaskimet ovat sallittuja. Käytä jaettua kaavakokoelmaa. Huomaa, että eri vaihtoehdoille (3 op tai 6 op) on eri tehtävät ja merkitse vastauspaperiisi kumman vaihtoehdon valitset.

1. Metallilangan vetolujuutta mitattiin 25 langan otoksella. Yhden mittauksen epäillään epäonnistuneen langassa olleen defektin vuoksi, joten jäljelle jäi 24. Otoskeskiarvoksi saatiin $\bar{x} = 10.72$ kg/cm ja otoshajonnaksi $s = 0.164$ kg/cm. Vetolujuuden jakauma oletetaan normaaliksi.

Etsi vetolujuuden odotusarvolle sekä **a)** kaksipuolinen 95 % luottamusväli että **b)** alapuolinen 95% luottamusraja. **c)** Muodosta myös vetolujuuden 95 % ennusteväli.

2. Vaahteranlehtien koko on hyvä lehtomaisten metsiköiden maan laadun, aurinkoisuuden yms. indikaattori. Kahdesta metsiköstä (metsiköt 1 ja 2) valittiin kummastakin elokuussa vaahteroista lehti tietyltä korkeudelta ja mitattiin lehden koko (pituus kannasta kärkeen). Metsiköstä 1 valittiin 20 vaahteraa ja metsiköstä 2 puolestaan 26 vaahteraa. Saatiin otoskeskiarvot $\bar{x}_1 = 18.34$ cm ja $\bar{x}_2 = 16.01$ cm sekä otosvarianssit $s_1^2 = 17.85$ cm² ja $s_2^2 = 9.61$ cm². Kokojen voidaan olettaa olevan normaalijakautuneita.

Testaa riskitasolla 0.05 ovatko metsikön 1 vaahteroiden lehdet keskimäärin suurempia kuin metsikön 2 sekä **a)** oletuksella, että lehtien koon populaatiovarianssit ovat samat, että **b)** oletuksella, että ne eivät ole.

3. Erään ns. kolmiojakauman tiheysfunktio on

$$f(x; \theta) = \begin{cases} 2(x - \theta), & \text{kun } \theta \leq x \leq \theta + 1 \\ 0 & \text{muutoin,} \end{cases}$$

Etsi parametrille θ otoksesta x_1, \dots, x_n laskettu suurimman uskottavuuden estimaatti $\hat{\theta}$.

4. Miten tulkitset tapauksen, kun lineaarisen regressiomallin sovitus tuottaa seuraavat arvot? (Tulkitse kukin kohta erikseen.)

a) F-testin P-arvo on 0.5.

b) F-testin P-arvo on 0.001.

c) t-testin P-arvo parametrille β_i on 0.5.

d) t-testin P-arvo parametrille β_i on 0.001.

e) Selitysaste on $R^2 = 0.90$.

f) Selitysaste on $R^2 = 0.05$.

5. Identtisten kaksosten käyttäytymistä mitattiin ensiksi syntyneiden (E) ja toiseksi syntyneiden (T) välillä tietyllä indeksillä. Alla tulokset 12 kaksosparin osalta:

<i>i</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
E	86	71	77	68	91	72	77	91	70	71	88	87
T	88	77	76	64	96	72	65	90	65	80	81	72

Testaa nollahypoteesi, jonka mukaisesti indeksien erotuksen mediaani on nolla riskitasolla $\alpha = 0.05$ käyttäen merkityn järjestyksen testiä. (Kyseisen erotuksen voidaan olettaa olevan symmetrisesti jakautunut.)

Huom! Mukana ei saa olla kirjallisuutta, tietokoneita eikä taulukoita. Funktiolaskimet ovat sallittuja. Käytä jaettava kaavakokoelmaa. Huomaa, että eri vaihtoehdoille (3 op tai 6 op) on eri tehtävät ja merkitse vastauspaperiisi kumman vaihtoehdon valitset.

1. Metallilangan vetolujuutta mitattiin 25 langan otoksella. Yhden mittauksen epäillään epäonnistuneen langassa olleen defektin vuoksi, joten jäljelle jäi 24. Otoskeskiarvoksi saatiin $\bar{x} = 10.72$ kg/cm ja otoshajonnaksi $s = 0.164$ kg/cm. Vetolujuuden jakauma oletetaan normaaliksi.

Etsi vetolujuuden odotusarvolle sekä **a)** kaksipuolinen 95 % luottamusväli että **b)** alapuolinen 95% luottamusraja. **c)** Muodosta myös vetolujuuden 95 % ennusteväli.

2. Selitä lyhyesti miten eroavat toisistaan luottamusväli, ennusteväli ja toleranssiväli.

3. Vaahteranlehtien koko on hyvä lehtomaisten metsiköiden maan laadun, aurinkoisuuden yms. indikaattori. Kahdesta metsiköstä (metsiköt 1 ja 2) valittiin kummastakin elokuussa vaahteroista lehti tietyltä korkeudelta ja mitattiin lehden koko (pituus kannasta kärkeen). Metsiköstä 1 valittiin 20 vaahteraa ja metsiköstä 2 puolestaan 26 vaahteraa. Saatiin otoskeskiarvot $\bar{x}_1 = 18.34$ cm ja $\bar{x}_2 = 16.01$ cm sekä otosvarianssit $s_1^2 = 17.85$ cm² ja $s_2^2 = 9.61$ cm². Kokojen voidaan olettaa olevan normaalijakautuneita.

Testaa riskitasolla 0.05 ovatko metsikön 1 vaahteroiden lehdet keskimäärin suurempia kuin metsikön 2 sekä **a)** oletuksella, että lehtien koon populaatiovarianssit ovat samat, että **b)** oletuksella, että ne eivät ole.

4. Testaa riskitasolla 0.10 voitaisiinko edellisessä tehtävässä olettaa, että lehtien koon populaatiovarianssit ovat samat.