

MAT-20500 TODENNÄKÖISYYSLASKENTA Tentti 2.2.2007

Valitse palautuspinoista oma luentoryhmäsi! Saat siten mahdolliset laskuharjoituspisteet huomioitua!

Pinot:

Silvennoinen: S, Au,

Vattulainen: 1 ja 2 periodi,

Pirttimäki: B, Ti, Tle

73050 Tilastomatematiikka ("vanhat")

Ratkaise:

Todennäköisyyslaskenta: tehtävät 1-4.
Tilastomatematiikka: tehtävät 2-6

Kaavakokoelma jaetaan, laskinta saa käyttää.

- (i) Arpajaisissa on 500 arpaa. Voittoarpoja on 1kpl 500e, 2kpl 200e, 2kpl 100e, 10kpl 10e. Ostetaan yksi arpa, laske voiton odotusarvo. Tee tämän perusteella ehdotus arvan sopivaksi hinnaksi.

(ii) Neljän munkin ja kuuden viinerin joukosta valitaan satunnaisesti kuusi tuotetta. Millä todennäköisyydellä saadaan neljä viineriä ja kaksi munkkia.
- Älykkyyden jakauman älykkyyssosamääränä mitaten oletetaan olevan Suomessa $N(100, 24^2)$

 - Yhdistykseen Mensa ry pääsee jäseneksi, jos älykkyyssosamäärä on korkeampi kuin 98 prosentilla ihmisistä. Mikä älykkyyssosamäärä jäseniltä siis vähintään vaaditaan?
 - Entä millä todennäköisyydellä satunnaisesti valitun suomalaisen älykkyyssosamäärä on ainakin 120?
- Satunnaismuuttujan x tiheysfunktio on

$$f(x) = \begin{cases} 3/x^4 & x \geq a \\ 0 & x < a \end{cases}$$

- Määrää a .
- Määrää x :n odotusarvo $E(x)$ ja varianssi $\text{var}(x)$.

- Olkon satunnaisvektori $x = (x, y)$ tasan jakautunut yli alueen $\Omega = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq 2, y \leq x \leq 2\}$.
 - Määrää satunnaisvektorin tiheysfunktio $f(x, y)$.
 - Määrää $\text{cov}(x, y)$.
 - Määrää $\text{corr}(x, y)$.
- Satunnaismuuttujasta $x \sim N(\mu, \sigma^2)$ otettiin 14 riippumatonta havaintoa. Otoskeskiarvoksi saatiin 18.0 ja otosvarianssiksi 9. Määrää odotusarvon 95 % luottamusväli ja varianssin σ^2 90 % luottamusväli.
- Leipomo leipoo ruisleipiä, joiden painon se sanoo olevan vähintään 500 g. Oletetaan, että paino noudattaa normaali jakaumaa. Punnitaan 25 ruisleipää (satunnaisesti valittu) ja saadaan otoskeskiarvoksi 490 g ja otosvarianssiksi 250 g². Testaa 5 % riskitasolla nollahypoteesia $H_0: \mu \geq 500$, kun vaihtoehtoinen hypoteesi on $H_1: \mu < 500$.