

**5**  
**MAT-20500 Todennäköisyyslaskenta / B,M,R,TL, Y**  
**Luennot 28.9-29.9.2005**  
**Laskuharjoitukset 3.10-6.10.2005**

**Aihe:** Binomijakauman normaaliaprossimaatio, estimointi ja luottamusvälit, hypoteesien testaus, moniste 3.12, 4.1-4.2, 4.3, 4.3.1, (luku 4.3.4 ja kappale 5 jäävät pois kurssista)

**Huom!** Viikon 39 ohjelma: laskuharjoitukset normaalisti, luennot: ke 5.10 täydennetään testaukseen liittyviä asioita, to 6.10 kerrataan koko kurssin asioita, lasketaan vanhoja tenttitehtäviä.  
 Virheitä paperisessa kaavakokeelmassa:  $\chi^2$ -jakaumataulukossa yläriivin lihavoituista luvuista luvun 0.98 pitäisi olla 0.975.  
 Kaavassa 20 jakauman pitää olla  $t(n_x + n_y - 2)$ , ei  $t(n_x + n_y + 2)$ . Sama virhe on myös koosteessa Hypoteesien testaus, kohdan 2 kaavassa 4.

1. Tehtaan tuotteista on 5 % viallisia. Laske binomijakauman normaaliaprossimaatiota käyttäen todennäköisyys, että 800 kappaleen erässä on enintään 32 viallista.

2. Sahalla mitattiin  $n = 10$  lankun paksuus (cm) ja saatiin tulokset: 2.11, 2.02, 2.20, 1.98, 2.14, 1.99, 2.09, 2.19, 2.23, 2.10.

Mikä on lankun paksuuden odotusarvon 95 %:n luottamusväli.

*Oletus: n o normaali ja i kanta on*

3. Estimoidaessa normaalisti  $N(\mu, 5.0)$  jakautuneen satunnaismuuttujan odotusarvoa, otetaan  $n$  kappaleen otos. Miten suuri pitää luvun  $n$  vähintään olla, jotta  $\mu$ :n 99 % luottamusvälin pituus ei ole suurempi kuin 1.5?

4. Herkässä pneumaattisessa valvontajärjestelmässä kaasun paine on normaali jakautunut. Kahdestatoista havainnosta saatiin

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 = 1.60(kP_a)^2$$

Määrittää kaasun paineen varianssin  $\sigma^2$  99 %:n luottamusväli.

5. Oletetaan, että jakauman parametrin  $\theta$  funktio  $a\theta + b$  noudattaa eksponenttijakaumaa  $\text{Exp}(1)$  (tiheysfunktio  $f(x) = e^{-x}$ ,  $x > 0$ ). Määritä parametrin  $\theta$  90% luottamusväli.

6. Oletetaan, että ehdokas tulee valituksi vaaleissa, jos hän saa vähintään puolet annetuista äänistä. Mieliopidetiedustelussa 265 henkilöä 500:sta ilmoitti äänestävänsä kyseistä ehdokasta. Voiko ehdokas tuntea tulevansa valituksi 95 %:n varmuudella? Tutki asiaa muodostamalla 95%:n luottamusväli.

7. Asiakas väittää, että muropakettien paino on alle pakkauksessa ilmoitetun painon 500 g. Oletetaan, että paino  $\sim N(\mu, 100)$ . Asiaa testataan punnitsemalla 64 muropakettia ja saadaan otoskeskiarvoksi 498.5 g. Testaa riskitasolla  $\alpha = 0.01$  onko asiakas oikeassa. Mikä on p-arvo eli pienin riskitaso, jolla  $H_0 : \mu = 500$  voidaan hyljätä.

8. Kysymykset koskevat edellistä tehtävää.

- a) Mitä sanallisesti sanottuna ovat hylkäämisvirhe ja hyväksymisvirhe.  
 b) Miten p-arvo muuttuu, jos otoskoko kasvaa, mutta otoskeskiarvo pysyy samana  
 c) Miten p-arvo muuttuu, jos otoskeskiarvo pienenee, otoskoko pysyy samana

... jatkuu kääntöpuolella ...