

MAT-20500 Todennäköisyyslaskenta

Tentti 28.11.2008

- Funktiolaskin sallittu
 - Ei omaa kirjallista materiaalia
 - Vastaa jokainen tehtävä eri paperille.
 - Palauta kaavakokoelma tentin jälkeen.
 - Jos olet suorittamassa kesän 2008 avoimen yliopiston kurssin tenttiä, merkitse paperiisi KESÄ 2008.
-

1. Olkoon vakioiden a, b, c, d järjestys $a \leq b < c < d$. Satunnaismuuttujan x tiheysfunktio $f(x) > 0$ otosavaruudessa $\Omega = [a, d]$. Määritellään tapahtumat A ja B ja niiden todennäköisyydet

$$A = \{x \in \Omega \mid x \geq b\}, \quad P(A) = p$$

$$B = \{x \in \Omega \mid x \leq c\}, \quad P(B) = q$$

- a) Mitä on $P(A \cup B)$?
b) Mitä on $P(A \cap B)$?
c) Jos A ja B ovat riippumattomia, niin mikä on silloin luku b ?
Ilmoita tulokset vakioiden p, q, a, b, c, d ja numeroiden avulla. Perustelut näkyviin.

2. Todennäköisyys osua maaliin yhdellä laukauksella on 0.02. Laske todennäköisyys, että 100 laukauksella osutaan maaliin ainakin kolme kertaa. Laske tarkka arvo ja Poisson-approksimaatiolla saatu likiarvo. Osumiset ovat toisistaan riippumattomia.

3. Tietyn tuotteen pakkauksen paino on n. 1000g. Merkitään todellisen painon poikkeamaa 1000g:sta satunnaismuuttujana x , jonka tiheysfunktio ja otosavaruus ovat

$$f(x) = \frac{x+1}{8}, \quad x \in \Omega = [-1, 3]$$

Painojen poikkeamat ovat toisistaan riippumattomia. Yksiköt ovat grammoja.

- a) Pakkausta ei voi myydä, jos poikkeama $x < 0$. Laske tämän tapahtuman todennäköisyys.
b) Pakkausosastolla saatiin idea hävikin pienentämiseksi. Tehdään tuplapaketteja, joissa yhdistetään kaksi pakkausta. Tällaista tuplapakettia ei voi myydä, jos yhteispaino < 2000 g eli jos kahden pakkauksen yhteenlaskettu poikkeama < 0 . Laske myös tämän tapahtuman todennäköisyys. Oliko idea hyvä?

4. Olkoon x ja y satunnaismuuttujia. Osoita: Jos satunnaismuuttujat $x + y$ ja $x - y$ ovat riippumattomia, niin $\text{var}(x) = \text{var}(y)$.

Vihje: Tutki satunnaismuuttujien välistä kovarianssia.