

MAT-20500 Todennäköisyyslaskenta

Tentti 8.10.2008

- Funktiolaskin sallittu
 - Ei omaa kirjallista materiaalia
 - Vastaa jokainen tehtävä eri paperille.
 - Palauta kaavakokoelma tentin jälkeen.
 - Jos olet suorittamassa kesän 2008 avoimen yliopiston kurssin tenttiä, merkitse paperiisi KESÄ 2008.
-

1. Kulhossa on 3 mustaa ja 2 valkoista palloa. Henkilö valitsee palloja yksitellen palauttamatta niitä takaisin, kunnes saa ensimmäisen valkoisen pallon. Olkoon x nostettujen pallojen lukumäärä.

- a) Mikä on x :n otosvaruus ja tiheysfunktio $f(x)$?
b) Laske $E(x)$ ja $var(x)$.

2. Laske tarkasti tai määritä alaraja todennäköisyydelle $P(x < 2\sigma + \mu)$, kun

- a) $x \sim \text{Bin}(6, 0.1)$, b) $x \sim N(3, 9)$, c) jakaumaa ei tiedetä.

3. Henkilö A saapuu lounaalle satunnaisesti jollakin hetkellä klo 11.00-13.00 eli saapumisaika $= x \sim \text{Tas}(11, 13)$. Hänen lounaansa kesto-aika tunteissa $= y$ noudattaa jakaumaa, jonka tiheysfunktio

$$f(y) = 6y, \quad y \in \left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right]$$

Henkilö B puolestaan saapuu lounaalle aina klo 12.00 ja syö lounasta aina $\frac{1}{2}$ tuntia. Millä todennäköisyydellä A ja B kohtaavat lounaalla? x ja y oletetaan riippumattomiksi.

4. Luvut $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ja $a > 0$, $c > 0$. Osoita, että

$$\text{corr}(ax + b, cy + d) = \text{corr}(x, y)$$