

MAT-20500 TODENNÄKÖISYYSLASKENTA. Tentti 5.5.08.

Tehtävät 1-4.

73050 Tilastomatematiikka. Tehtävät 1-6.

Kaavakokoelma jaetaan, laskimia saa käyttää.

Kirjoita vastauspaperiisi selvästi se luennoitsija, jonka

luentoryhmässä olet suorittanut laskuharjoituspaketin!

Luentoryhmät ja luennoitsijat ovat:

Silvennoinen: Periodi 3:S, Au.

Vattulainen: 1 ja 2 periodi :M,R,Y,K,Te,Tj,Tu.

Pirttimäki: Periodi 3:B, Ti, Tie, TL.

1. (i) Heitetään noppaa kuusi kertaa. Millä todennäköisyydellä silmäluku kolme esiintyy kaksi kertaa?

(ii) 10 munkin joukossa on 4 eillistä. Millä todennäköisyydellä 6 munkin otoksessa on 2 eillistä.

2. (i) Älykkyyden jakauman älykkyydosamääränä mitaten oletetaan olevan Suomessa $N(100, 24^2)$ (normaalijakauma). Valitaan satunnaisesti (siis toisistaan riippumatta) 2 henkilöä. Heidän älykkyydosamäärien summa jakautuu normaalisti, määrää tämän summan odotusarvo ja varianssi. Millä todennäköisyydellä summa on suurempi kuin 250?

(ii) Saman otosvaruuden tapahtumien A ja B todennäköisyydet tunnetaan: $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.3$. Lisäksi tiedetään, että $P(A \cap B) = 0.2$. Laske seuraavien tapahtumien todennäköisyydet:

a) $A \cap \bar{B}$ b) $A \cup \bar{B}$ c) $\bar{A} \cap B$

3. Satunnaismuuttujan x tiheysfunktio on

$$f(x) = \begin{cases} ax+2 & 2 \leq x \leq 4 \\ 0 & \text{muulloin} \end{cases}$$

a) Määrää a.

b) Määrää x:n odotusarvo E(x).

c) Määrää $P(x > 3)$.

4. Olkoon satunnaisvektorin $\mathbf{x} = (x, y)$ tiheysfunktio

$$f(x, y) = ax, \text{ kun } x \in \Omega, \text{ missä } \Omega = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq x \leq 1\}.$$

(i) Määrää a siten, että $f(x, y)$ on tiheysfunktio.

(ii) Määrää $\text{cov}(x, y)$.

(iii) Määrää $\text{corr}(x, y)$.

5. Satunnaismuuttujasta $x \sim N(\mu, \sigma^2)$ otettiin 14 riippumatonta havaintoa. Otokeskisarvoksi saatiin 20.0 ja otosvarianssiksi 9. Määrää odotusarvon 95 % luottamusväli ja varianssin σ^2 90 % luottamusväli.

6. Seudun vuotuinen sademäärä $x \sim N(106.15, 3^2)$ siis odotusarvo $\mu = 106$, (vuosien 1900-2000 sademäärien perusteella). Kuitenkin vuosina 2001 - 2005 (viisi havaintoa) sademäärät olivat 87, 91, 92, 90, 89. Testaa näiden havaintojen keskiarvon avulla 5 % riskitasolla nollahypoteesia $H_0: \mu = 106$, kun vaihtoehtoinen hypoteesi on $H_1: \mu < 106$. (Siis testataan onko seudun sääolosuhteissa tapahtunut muutos).