

Insinöörimatematiikka X 5

Tentti 16.08.2010

Ei laskimia, taulukkokirjoja tai muuta kirjallisuutta. Kaavakokoelma kääntöpuolella.

Huom. Tehtävät eivät ole vaikeusjärjestyksessä. Jos differentiaaliyhtälöt ovat mielestäsi yleensä helpompia ratkaista, ehkä kannattaa aloittaa niistä.

1. (a) Levymäisen kappaleen $R = [0, 1] \times [0, 1]$ tiheysfunktio on $\rho(x, y) = 12(x^2 + y^2)$. Mikä on sen massakeskipiste?

- (b) Vaihda ensin integrointijärjestys ja sitten laske

$$\int_0^1 \int_y^2 x \, dx dy.$$

Vihje: Piirrä kuva integrointialueesta. Se ei ole suorakulmio eikä kolmio.

2. Muodosta origokeskisen 2-säteisen kuulan (=pallokuori+sisältö) tilavuuden lauseke kuulan sille osalle, joka sijaitsee alueessa $x \leq 0, y \geq 0, z \leq 0$

- (a) käyttäen pallokoordinaatteja,
(b) käyttäen sylinterikoordinaatteja.
(c) Laske tilavuus jommallakummalla yllämainituista tavoista.

3. Ratkaise alkuarvoprobleema

$$2y'' + 8y - 8e^{2x} = 0,$$

kun $y(0) = 3$ ja $y'(0) = 1$.

4. Ratkaise differentiaaliyhtälö

$$y''' - 4y'' + 4y' = 8x + 4.$$

Vihje: Ole tarkkana valitessasi epähomogeeniselle osuudelle yritettä.