

Insinöörimatematiikka X 3

Tentti 05.07.2010

Ei laskimia, taulukkokirjoja tai muuta kirjallisuutta. Kaavakokoelma kääntöpuolella.

1. Tarkastellaan funktiota

$$f(x) = \begin{cases} a \tan x, & x \leq 0 \\ \frac{x}{4a} + x^2 + 1, & x > 0 \end{cases}$$

- (a) Millä arvoilla a funktio f on jatkuva?
(b) Millä arvoilla a funktion f derivaatalla on raja-arvo origossa?
2. Laske derivaatan määritelmän perusteella eli erotusosamäärän raja-arvona derivaatta funktiolle $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$.

3. Funktio

$$f(x) = \sqrt{\frac{2x+3}{(x+1)(x+2)}}$$

pyörähtää x -akselin ympäri. Todista, että välillä $[0, 1]$ muodostuneen pyörähdyskappaleen tilavuus on $\ln(3^\pi)$.

Vihje: Osamurtokehitemä.

4. (a) Ratkaise $y' = xy$, kun $y(0) = 3$.
(b) Suppeneeko sarja $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2 + 2n + 2}$?