

MAT-20600 Diskreetti matematiikka

Tentti 7.4.2010

- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta
- Kirjoita konsepteihin DiMa, nimesi ja numerosi
- Piirrä pääkonseptiin nimen alle peräkkäin neljä neliötä $a' 2 \times 2$.

--	--	--	--

1. (a) Osoita seuraava väite oikeaksi tai vastaesimerkillä vääräksi

$$n = \left\lceil \frac{n-1}{2} \right\rceil + \left\lfloor \frac{n+1}{2} \right\rfloor, n \in \mathbb{Z}.$$

- (b) Jos $x_k = \sin(k\pi/2) + 2010$, niin määritä $\mathcal{Z}(\{x_k\})$ ja $\mathcal{Z}(\{x_k - 3x_{k-2}\})$.

2. Etsi reaaliset käänneismuunnokset $\mathcal{Z}^{-1}[Y(z)]$, kun

(a) $Y(z) = \frac{3z}{4z-1} + \frac{4}{3z}$

(b) $Y(z) = \frac{3z}{(4z-1)} \cdot \frac{4}{3z}$

(c) $Y(z) = \frac{z^2 + z}{6z^2 - 5z + 1}$

3. (a) Etsi kaikki ratkaisut kokonaislukuyhtälölle

$$51x + 15y = 750.$$

Jos lisäehtona on, että $x > 0$ ja $y > 0$, niin mitkä ratkaisuista kelpaavat vastaukseksi.

- (b) Mikä on jakojäännös, kun luku $b = 1337 \cdot 37 - 78 \cdot 87 + 37^{27} - 27^{37}$ jaetaan luvulla 13?

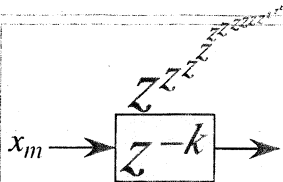
4. (a) Todenna, että millä tahansa alkuluvulla on voimassa

$$(p-1)! \equiv p-1 \pmod{(1+2+3+\dots+(p-1))}.$$

- (b) Graafi $G = (V, E)$, missä $V = \{v_1, v_2, \dots, v_9\}$ ja

$$E = \{(v_1, v_4), (v_1, v_8), (v_2, v_3), (v_2, v_5), (v_2, v_7), (v_3, v_5), (v_3, v_6), (v_4, v_8), (v_4, v_9), (v_5, v_8)\}.$$

- i) Perustele, ovatko viivat (v_2, v_5) , (v_2, v_7) vierekkäiset vai eivät. ii) Suorita syvyysetsintä aloittaen pisteestä v_3 graafille G . Esitä selkeästi etsinnän järjestys ja lopuksi DFS-puu havainnollisesti kuvana.



MAT-20600 Diskreetti matematiikka

Kaavakokoelma tentissä 2010

Taulukko z-muunnoksista.

$$x_k = ka^{k-1}, a \text{ on vakio}$$

$$X(z) = \frac{z}{(z-a)^2}, \quad |z| > |a|$$

$$x_k = \cos(k\omega T), \omega, T \text{ ovat vakioita}$$

$$X(z) = \frac{z(z - \cos(\omega T))}{z^2 - 2z \cos(\omega T) + 1}, \quad |z| > 1$$

$$x_k = \sin(k\omega T), \omega, T \text{ ovat vakioita}$$

$$X(z) = \frac{z \sin(\omega T)}{z^2 - 2z \cos(\omega T) + 1}, \quad |z| > 1$$

Ominaisuudet:

$$1. \mathcal{Z}(\{x_{k-k_0}\}) = \frac{1}{z^{k_0}} \mathcal{Z}(\{x_k\})$$

$$2. \mathcal{Z}(\{x_{k+k_0}\}) = z^{k_0} X(z) - \sum_{p=0}^{k_0-1} x_p z^{k_0-p}$$

$$3. \mathcal{Z}(\{a^k x_k\}) = X(z/a)$$

$$4. \mathcal{Z}(\{k^n x_k\}) = \left(-z \frac{d}{dz}\right)^n X(z)$$

$$5. \mathcal{Z}(\{(x * y)_k\}) = \mathcal{Z}\left(\left\{\sum_{p=0}^k x_p y_{k-p}\right\}\right) = X(z)Y(z)$$