

1. **kaksosparadoksi etäisyyksien avulla.** Anna ja Bertta ovat kaksoiset. Bertta lähtee ensimmäisenä astronauttina kiertämään Siriuksen, joka on 8.6 valovuoden päässä. Avaruusaluksen keskimääräinen vauhti on $0.80c$. (a) Montako vuotta Annan mielestä Berttalta kuluu matkassa sinne ja takaisin?

(b) Suhteellisuusteorian mukaan Bertta näkee Maan ja Siriuksen välisen etäisyyden erilaisena kuin Anna. Kuinka pitkä on Berttan mitaama etäisyys? (c) Montako vuotta Berttan mielestä kuluu matkaan sinne ja takaisin? Mikä on matkan jälkeen Annan ja Berttan ikäero? Ja valovuosi on tietenkin matka, jonka valo kulkee vuodessa.

2. **Elektronin energia atomytimessä.** Atomytimen säde on suuruusluokkaa $5.0 \times 10^{-15}m$. (a) Laske ensin elektronin lepomassaa vastaava energia.

(b) Arvioi elektronin liikemäärän epämääräisyyttä, kun elektronin sijainti on rajattu atomytimeen. (c) Käytä laskemaasi liikemäärän epämääräisyyttä arviona elektronin liikemäärälle. Käyttäen suhteellisuusteoreettista liikemäärän ja energian yhdistävää lauseketta laske elektronin kokonaisenergia ja kineettinen energia ytimessä.

(d) Erään atomytimen hajoittamiseen vaaditaan energiaa $n.5MeV$. Jos tuohon ytimeen ilmaantuisi elektroni, pysyisikö ydin koossa?

3. **Silmän vaste.** Ihmisen silmä on herkin valolle, jonka aallonpituus on $505nm$. Kokeellisesti on havaittu, että silmän sopeuduttua pimeyteen voi yksittäinen vihreän valon fotonin virittää verkkokalvon sauvan reseptorisolun. (a) Mikä on tällaisen fotonin taajuus? (b) Kuinka paljon energiaa se luovuttaa solulle? (c) Vertailun vuoksi laske, millaisella nopeudella liikkuu elektroni, jolla on tuollainen kineettinen energia (klassinen lasku). Entä mikä on tällaisen elektronin aallonpituus?

4. Yksi vetyatomien lähettämän valon aallonpituus on $\lambda = 656.3nm$ normaaleissa laboratorioolosuhteissa (väri on punainen).

(a) Erästä galaksista saapuu valoa, jossa tämä kyseinen aallonpituus on siirtynyt arvoon $953.4nm$ eli infrapuna-alueelle. Kuinka nopeasti valoa lähettävä kohde liikkuu suhteessa maahan? Onko kohde loittonemassa maasta vai lähestymässä sitä?

(b) Jos kohde liikkuisi vastakkaiseen suuntaan, mikä olisi maan pinnalla mitattu taajuus?

5. Elektronia kiihdytetään jännitteen $U = 100V$:n yli. (a) Mikä on elektronin saama kineettinen energia elektronivoltteina ja Jouleina ilmaistuna? (b) Osoita, että elektronin *de Broglien* aallonpituus voidaan kirjoittaa jännitteen sekä elektronin massan ja varauksen avulla:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2 m e U}}$$

(c) Nämä elektronit diffraktoituvat näytteestä, jossa aaltoja sirottavat atomit ovat tuntemattomalla etäisyydellä d . Jos elektronidiffraktion ensimmäinen interferenssimaksimi nähdään suunnassa 60° kohtisuoraan nähden, mikä on näytteen atomien etäisyys d ?

Vakioita:

$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} C^2/N \cdot m^2$, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} T \cdot m \cdot A^{-1}$ ja $e = 1.602 \times 10^{-19} C$. $1eV = 1.602 \times 10^{-19} J$. $c = 3.0 \times 10^8 m/s$, elektronin massa $m_e = 9.11 \times 10^{-31} kg$, protonin massa (\approx neutronin massa) $m_p = 1.67 \times 10^{-27} kg$, $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.05 \times 10^{-34} Js$, $h = 6.626 \times 10^{-34} Js = 4.136 \times 10^{-15} eV \cdot s$. Matemaattisia kaavoja: $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$,

Ohessa sekalainen kokoelma kaavoja, joista voi olla hyötyä. Huomaa, että kaikki kaavat eivät ole yleispäteviä vaan soveltuvat vain erikoistapauksiin

$$x = x' + ut \quad y = y' \quad z = z' \quad t = t' \quad v = v' + u \\ x' = \gamma(x - ut) \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = \gamma(t - ux/c^2) \quad v' = \frac{v-u}{1-uv/c^2} \quad v = \frac{v'+u}{1+uv'/c^2}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad \Delta t = \gamma \Delta t_0 \quad l = \frac{l_0}{\gamma}$$

$$\frac{f}{f_0} = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} \text{ sinisiirtymä.} \quad \frac{f}{f_0} = \sqrt{\frac{c-v}{c+v}} \text{ punasiirtymä.}$$

$$\vec{p} = \gamma m \vec{v} \quad E = K + mc^2 \quad K = (\gamma - 1)mc^2$$

$$E = \gamma mc^2 \quad E = \sqrt{(mc^2)^2 + (pc)^2} \quad K = E - mc^2 \quad K \approx p^2/2m \text{ jos } v \ll c. \quad U = qV.$$

$$m\lambda \cong d \sin \theta.$$

$$E = hf = h\frac{c}{\lambda} \quad E = pc \quad \lambda = h/p \quad p = h/\lambda \quad \Delta x \Delta p \geq \hbar \quad \Delta E \Delta t \geq \hbar$$

$$K_{\max} = hf - \phi \quad hf = E_f - E_i \quad hf = E_i - E_f \quad hf = n_f^2 E_1 - n_i^2 E_1 \quad \frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + U\psi = E\psi \quad \psi = \sqrt{2/L} \sin(n\pi x/L) \quad \int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 dx = 1$$

$$E_n = \frac{n^2 \hbar^2}{8mL^2} \quad E = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega \quad E = -\frac{13.60 \text{ eV}}{n^2} \quad E = -\frac{Z_{\text{eff}}^2 13.60 \text{ eV}}{n^2} \quad E_l = l(l+1) \frac{\hbar^2}{2I}$$

$$L = \sqrt{l(l+1)}\hbar \quad L_z = m_l \hbar \quad S = \sqrt{s(s+1)}\hbar \quad S_z = m_s \hbar$$