

SGN-1200 Signaalinkäsittelyn menetelmät
Välikoe 27.1.2009, Heikki Huttunen

Välikokeessa saa käyttää vain tiedekunnan laskinta. Vastaa erilliselle konseptille.

1. Ovatko seuraavat väitteet tosia vai epätosia? Ei perusteluja, pelkkä tosi / epätosi. Oikea vastaus 1p, väärä vastaus $-\frac{1}{2}$ p, ei vastausta 0p.
 - (a) Signaalin $x(n)y(n)$ DFT on $X(n)Y(n)$.
 - (b) Järjestelmä, jonka impulssivaste on $h(n) = \delta(n + 3) + 1.2\delta(n - 5) + 0.7\delta(n - 6)$ on stabiili.
 - (c) Järjestelmä, jonka impulssivaste on $h(n) = \delta(n + 3) + 1.2\delta(n - 5) + 0.7\delta(n - 6)$ on kausaalinen.
 - (d) Laskostuminen estetään A/D-muunnoksessa asettamalla näytteenottotaajuus vähintään samaksi kuin analogisen signaalin suurin taajuus.
 - (e) Järjestelmän impulssivaste määrää vasteen mille tahansa signaalille.
 - (f) FIR-suotimen impulssivasteessa on äärettömän paljon nollasta eroavia kertoimia.
2.
 - (a) Analoginen signaali sisältää taajuuksia kymmeneen kilohertsiin asti. Mikä näytteenottotaajuuden tulee vähintään olla? (2p)
 - (b) Viidensadan Hertsin taajuudella värähtelevästä sinisignaalista otetaan näytteitä 1,25 millisekunnin välein (eli 0,00125 s välein). Millä taajuudella signaali näyttää värähtelevän näytteistykseen jälkeen (eli mille taajuudelle kyseinen taajuus laskostuu)? (2p)
 - (c) Määritellään signaali $x(n)$ ja impulssivaste $h(n)$ seuraavasti:

$$x(n) = \delta(n) + 2\delta(n - 1) - \delta(n - 2)$$

$$h(n) = \delta(n) - \delta(n - 1)$$

Piirrä signaalit $x(n)$ ja $h(n)$. Laske signaali $h(n) * x(n)$ ja piirrä myös se. (2p)

3.
 - (a) Laske vektorin $x(n) = (-1, -2, 4, 0)^T$ diskreetti Fourier-muunnos. (3p)
 - (b) Ei-jaksollisten diskreettien signaalien $x(n)$ ja $y(n)$ Fourier-muunnokset ovat

$$X(e^{i\omega}) = \frac{1}{1 - 0.1e^{-i\omega}} \quad \text{ja} \quad Y(e^{i\omega}) = \frac{\sin(\frac{11}{2}\omega)}{\sin(\frac{\omega}{2})}$$

Mikä on signaalin $x(n-1) * y(2-n)$ Fourier-muunnos. Alla olevasta muunnos-taulukosta voi olla apua. Huomaa että taulukon merkintä $X(\omega)$ vastaa meidän merkintäämme $X(e^{i\omega})$ (3p)

TABLE 4.5 Properties of the Fourier Transform for Discrete-Time Signals

Property	Time Domain	Frequency Domain
Notation	$x(n)$	$X(\omega)$
	$x_1(n)$	$X_1(\omega)$
	$x_2(n)$	$X_2(\omega)$
Linearity	$a_1x_1(n) + a_2x_2(n)$	$a_1X_1(\omega) + a_2X_2(\omega)$
Time shifting	$x(n - k)$	$e^{-j\omega k}X(\omega)$
Time reversal	$x(-n)$	$X(-\omega)$
Convolution	$x_1(n) * x_2(n)$	$X_1(\omega)X_2(\omega)$
Correlation	$r_{x_1x_2}(l) = x_1(l) * x_2(-l)$	$S_{x_1x_2}(\omega) = X_1(\omega)X_2(-\omega)$ $= X_1(\omega)X_2^*(\omega)$ [if $x_2(n)$ is real]
Wiener-Khinchine theorem	$r_{xx}(l)$	$S_{xx}(\omega)$
Frequency shifting	$e^{j\omega_0 n}x(n)$	$X(\omega - \omega_0)$
Modulation	$x(n) \cos \omega_0 n$	$\frac{1}{2}X(\omega + \omega_0) + \frac{1}{2}X(\omega - \omega_0)$
Multiplication	$x_1(n)x_2(n)$	$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X_1(\lambda)X_2(\omega - \lambda)d\lambda$
Differentiation in the frequency domain	$nx(n)$	$j \frac{dX(\omega)}{d\omega}$
Conjugation	$x^*(n)$	$X^*(-\omega)$
Parseval's theorem	$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x_1(n)x_2^*(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X_1(\omega)X_2^*(\omega)d\omega$	

4. (a) LTI-järjestelmän herätteen $x(n)$ ja vasteen $y(n)$ välillä on voimassa yhtälö

$$y(n) = 0.5y(n - 1) + x(n).$$

Määritä järjestelmän impulssivaste. (3p)

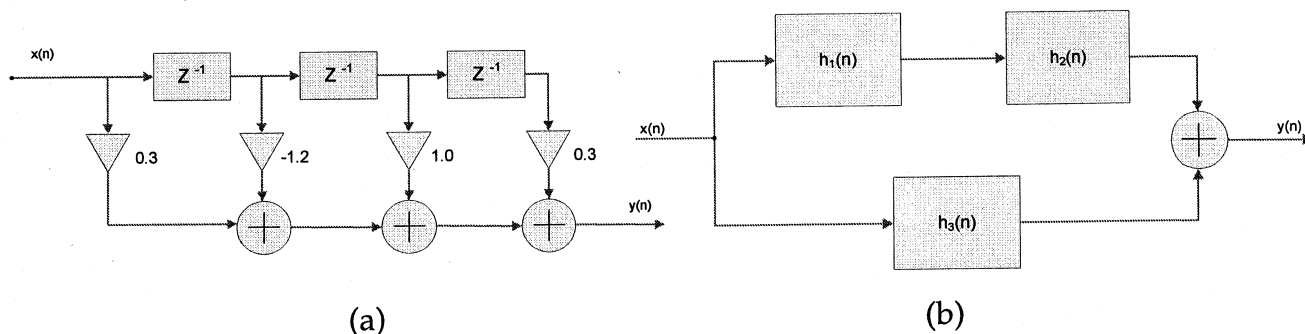
(b) Erään järjestelmän askelvaste¹ on seuraava

$$z(n) = \begin{cases} 0, & \text{kun } n < 0 \\ 1, & \text{kun } n = 0 \\ 3, & \text{kun } n = 1 \\ 4, & \text{kun } n \geq 2 \end{cases}$$

Määritä järjestelmän impulssivaste $h(n)$. (3p)

5. (a) Piirrä alla olevan kuvan a-kohdan järjestelmän impulssivaste. (2p)

(b) Alla olevan kuvan b-kohdan mukainen järjestelmä voidaan esittää yhtenä LTI-järjestelmänä. Mikä on sen impulssivaste $h(n)$ impulssivasteiden $h_1(n)$, $h_2(n)$ ja $h_3(n)$ avulla ilmaistuna? (4p)



¹Vaste, kun herätteenä on askelfunktio $u(n) = \begin{cases} 0, & \text{kun } n < 0 \\ 1, & \text{kun } n \geq 0 \end{cases}$