

MAT-10351 Insinöörimatematiikka A5
MAT-10352 Insinöörimatematiikka B5
MAT-10353 Insinöörimatematiikka C5
MAT-10354 Insinöörimatematiikka D5
MAT-10355 Insinöörimatematiikka E5

(Vattulainen)
(Pajunen)
(Vehmanen)
(Perttula)
(Pirttimäki)

Tentti 20. 5. 2006

Ei laskimia, ei omaa kirjallista materiaalia

Kirjoita vastauspaperiin opiskelijanumerosi, nimesi ja koulutusohjelmasi.

1. a) Laske $\iint_R \frac{x}{y^3 + 1} da$, missä R on kolmio, jonka kärkipisteet ovat

$(0,0)$, $(0,1)$ ja $(3,1)$. (Harkitse tarkkaan minkä muuttujan suhteen integroit ensin!)

b) Laske homogeenisen särmiön $S = \{(x, y, z) : 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 3, 0 \leq z \leq 4\}$ massatiheydeltään $\rho(x, y, z) = 0.5$ hitausmomentti z -akselin suhteen.

Vihje: $J = \iiint_S d(x, y, z)^2 \rho(x, y, z) dv$, missä $d(x, y, z)$ on pisteen (x, y, z) etäisyys tästä akselista.

2. a) Laske onton pallon puoliskon $R = \{(x, y, z) : 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 2, z \geq 0\}$ massa, kun massatiheys $\rho(x, y, z) = z$.

b) Laske arvo tai osoita hajaantuminen epäoleelliselle tasointegraalille

$$\iint_A \frac{1}{(x^2 + y^2)^{3/2}} dx dy, \text{ missä integroimisalue } A = \{(x, y) : x^2 + y^2 \geq 1\}.$$

Huom!

3. Etsi differentiaaliyhtälön $y'' + 9y = 2 \sin x$ yleinen ratkaisu ja ratkaisu, joka toteuttaa alkuehdon: $y(0) = 1, y'(0) = 0$.

4. Tasolla liikkuvan partikkelin sijainti $\mathbf{x} = \mathbf{x}(t) = [x(t), y(t)]^T$ toteuttaa AAP:n

$$\mathbf{x}' = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x}, \quad \mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Ratkaise AAP matriisimenetelmällä. Mikä on partikkelin sijainti hetkellä $t = \frac{1}{2}$?

(Jos et osaa ratkaista AAP:tä matriisimenetelmällä, ratkaise se eliminointimenetelmällä. Tällöin tehtävästä maksimipistemäärä on 4.)