

MAT-20500 Todennäköisyyslaskenta

Tentti 29.03.2010

Palauta vastauksesi luennoitsijan tai tentin mukaisesti yhteen seuraavista pinoista:

Vattulainen: 1. ja 2. periodi

Pirttimäki: 3. periodi, B, Ti, TL, Tle

Silvennoinen: 3. periodi, S, Au

Preppaus-kurssi

Vanha kurssi 73050 Tilastomatematiikka

Ei kirjallisuutta tai muistiinpanoja esillä. Laskin ja jaettava kaavakokoelma sallittu.

Ratkaise tehtävät 1-4, jos tentit kurssia MAT-20500 Todennäköisyyslaskenta ja tehtävät 1-5, jos tentit kurssia 73050 Tilastomatematiikka.

1. a) Joukko $\Omega = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ ositetaan kolmeen osaan A, B, C , missä $\Omega = A \cup B \cup C$, $A \cap B = A \cap C = B \cap C = A \cap B \cap C = \emptyset$. Kuinka monta sellaista erilaista ositusta, jossa A ja B ovat kolmen alkion joukkoja, voidaan tehdä?
- b) Tapahtumien S ja T todennäköisyydet ovat $P(S) = 0.35$, $P(T) = 0.4$ ja $P(T \setminus S) = 0.25$. Mitä on $P(S \cup T)$?

2. Olkoon funktio $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ määritelty seuraavasti:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{kun } x < 0 \\ a(x-1) + 1/2, & \text{kun } 0 \leq x < 1. \\ 1 - b/x, & \text{kun } x \geq 1 \end{cases}$$

- a) Millä vakioiden a ja b arvoilla F on jatkuvan jakauman kertymäfunktio?
- b) Mikä on vastaava tiheysfunktio?
3. Erään lentoyhtiön Airbus A300 koneessa on 370 paikkaa. Varanneista keskimäärin 6% ei ilmaannu kentälle, ja yhtiö ylibuukkaa paikkoja 400. Millä todennäköisyydellä lennolle saapunut ja paikan varannut jää ilman paikkaa? (Numeerista arvoa ei tarvitse laskea, arvon antava lauseke riittää.)

4. Satunnaismuuttuja x_1 on tasaisesti jakautunut välille $[2,4]$ ja satunnaismuuttuja $x_2 \sim N(0,1)$. Muuttujat x_1 ja x_2 ovat riippumattomia.
- a) Mikä on niiden yhteisjakauman eli satunnaisvektorin $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ jakauman tiheysfunktio \mathbb{R}^2 :ssa ?
- b) Laske $E\mathbf{x} = (Ex_1, Ex_2)$ ja $P(1 \leq x_1, 0 \leq x_2 \leq 1)$.
5. Katukauppias on todennut, että ohikulkija ostaa tuotteen, jos hänellä on keskimäärin vähintään 2 kertaa tuotteen hinnan verran käteistä rahaa mukanaan. Hän asettaa hinnan 5 euroksi. Hän kyselee 5 ohikulkijalta heidän rahoistaan ja saa vastaukset 8, 13, 10, 4, 5 e. Testaa 90% luottamustasolla, onko hinta kohdallaan. Käteisen määrän oletetaan olevan normaalisti jakautunut.