

$$A\mathbf{v} = \lambda\mathbf{v}$$

MAT-10321 Insinöörimatematiikka A 2

Tentti 28.11.2008

- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta
- Kirjoita papereihin nimesi, numerosi ja koulutusohjelmasi.
- Piirrä pääkonseptiin nimesi alle riviin 4 ruutua $a' 2 \times 2$.

--	--	--	--

1. Määritä $A + 2008B$, B^T , AB ja A^{-1} , kun

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 6 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 0 \\ -2 & 6 & 1 \end{bmatrix}.$$

2. Matriisi

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 6 & 12 \end{bmatrix}.$$

- a) (1p.) Ovatko matriisin B sarakkeet lineaarisesti riippuvat vai riippumattomat? Perustele!
b) (3p.) Määritä matriisin B nolla-avaruuden kanta ja dimensio.
c) (2p.) Laske $\det(B - I)$.
3. a) Luku 3 on matriisin A ominaisarvo ja \mathbf{v} sitä vastaava ominaisvektori. Osoita, että \mathbf{v} on myös matriisin $B = A^2 + 2A + I$ ominaisvektori ja määritä sitä vastaava ominaisarvo.
b) Osoita, että matriisi C ei ole kääntyvä, jos luku 0 on sen ominaisarvo.

4. Määritellään

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{ja} \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

- a) Olkoon $W = \text{span}\{\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2\}$. Määritä vektorin \mathbf{y} ortogonaalinen projektiio aliavaruudelle W .
b) Laske vektorin \mathbf{y} etäisyys aliavaruudesta W .
c) Systemillä $B\mathbf{x} = \mathbf{y}$ ei ole ratkaisua. Mikä on sellainen ratkaisu $\mathbf{x} = \mathbf{u}$, että virhevektorin $\mathbf{e} = B\mathbf{u} - \mathbf{y}$ normi on mahdollisimman pieni?

Tentissä saattaa olla apua seuraavista (tai sitten ei)

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{u}_i - \left(\frac{\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{v}_1}{\|\mathbf{v}_1\|^2} \mathbf{v}_1 + \frac{\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{v}_2}{\|\mathbf{v}_2\|^2} \mathbf{v}_2 + \dots + \frac{\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{v}_{i-1}}{\|\mathbf{v}_{i-1}\|^2} \mathbf{v}_{i-1} \right)$$

$$\hat{\mathbf{x}} = (A^T A)^{-1} A^T \mathbf{b}$$

Tentin arvostelu, harjoituspaketin hyväksyminen ja tiedot bonuspisteistä ilmestyvät ensin verkkosivuille. Vasta mahdollisten arvosanakorjausten jälkeen kokonaissuoritukset lähtevät opintorekisteriin.