

$$e^{j\pi} + 1 = 0$$

# MAT-10311 Insinöörimatematiikka A 1

## Tentti 1.12.2008

- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta
- Kirjoita papereihin nimesi, numerosi ja koulutusohjelmasi.
- Piirrä konsepteihin nimesi alle 4 neliötä vierekkäin  $a' 2 \times 2$ .

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
|  |  |  |  |
|--|--|--|--|

1. a) Millä alkeislauseiden  $p$ ,  $q$  ja  $r$  totuusarvoyhdelmillä seuraava lause on epätosi

$$(p \rightarrow (q \wedge r)) \leftrightarrow ((p \rightarrow q) \vee r)?$$

- b) Tutki seuraavien lauseiden totuusarvot, kun

$$A = \{-1, 0, 1\}, B = \{0, 1, 2\} \text{ ja } p(x, y) = "y = x^2 + 1".$$

1.  $\exists x \in A, \forall y \in B : p(x, y)$ ,
2.  $\forall x \in A, \exists y \in B : p(x, y)$ ,
3.  $\exists y \in B, \forall x \in A : \neg p(x, y)$ .

2. a) Jos  $z = 5 - 4j$  ja  $w = 2 - 3j$ , niin saata muotoon  $a + bj$  luvut

$$z + jw, \quad \operatorname{Im}(w) + \sqrt{2} e^{j3\pi/4}, \quad \frac{w}{z}.$$

- b) Etsi yhtälön  $|1 + z^5| = 0$  kaikki ratkaisut.

3. a) Laske vektoreiden  $\mathbf{u} + \mathbf{v}$  ja  $\mathbf{u} - \mathbf{v}$  välinen kulma, kun  $\mathbf{u} = -\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$  ja  $\mathbf{v} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$ .

- b) Mikä on tason  $x - 8y + 4z + 1974 = 0$  ja sitä vastaan kohtisuorassa olevan suoran leikkauspiste, jos tiedetään, että suora kulkee pisteen  $(2, 0, 8)$  kautta?

4. a) Minkä lineaarisen yhtälön  $ax + by + cz + d = 0$  ratkaisu on muotoa

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + s \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 8 \end{bmatrix}?$$

- b) Matriisi

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 1 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

on systeemin  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$  kokonaismatriisi. Jos se ei ole redusoidussa riviporrasmuodossa, niin muunna se siihen ja esitä systeemin kaikki ratkaisut vektorimuodossa.