

Tentti 25. 3. 2006

Ei laskimia, ei omaa kirjallista materiaalia

1. Tarkastellaan ruuvikäyrää

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) = (\cos t, \sin t, \sqrt{3}t), \quad t \in \mathbb{R}$$

- a) Laske ruuvikäyrän parametriväliä  $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$  vastaavan käyrän kaaren pituus.  
b) Laske ruuvikäyrän yksikkötangenttivektori ja päänormaali parametrin arvoa  $t = \pi/4$  vastaavassa pisteessä.

2. a) Olkoon

$$w = f(x, y, z) = x^2 + yz, \quad \text{missä } x = uv, \quad y = v^2 \quad \text{ja } z = \ln(uv).$$

Laske **ketjusäännöllä** osittaisderivaatan  $\frac{\partial w}{\partial u}$  arvo pisteessä  $(u, v) = (1, 2)$ .

b) Kappaleen ominaispaino  $s$  voidaan laskea kaavasta

$$s = \frac{x}{x - y}$$

missä  $x$  on kappaleen paino ilmassa ja  $y$  on sen paino vedessä. Ominaispainon määrittämiseksi saatiin seuraavat mittaustulokset:  $x = 10,00$  g ja  $y = 5,00$  g. Punnitustarkkuus (so. mittausvirheen itseisarvon yläraja) ilmassa oli 0,01 grammaa ja vedessä 0,02 grammaa. Arvioi ominaispainon virheen itseisarvoa differentiaalia käyttäen.

3. Tutki, ovatko pisteet  $(0, 0, 0)$  ja  $(0, 0, 1)$  funktion

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + x \sin y - 3z + \frac{3}{2}z^2$$

lokaaleja ääriarvokohtia.

4. a) Laske funktion  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $f(x, y) = \begin{bmatrix} x \ln y \\ x y \end{bmatrix}$

derivaatta pisteessä  $\mathbf{a} = [1, e]^T$ .

b) Linearisoi funktio  $f$  pisteessä  $\mathbf{a}$ .