

MAT-31090 Matriisilaskenta 1

Tentti 18.12.2009

Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta eikä laskimia.

1. Muodosta matriisin

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

LU-hajotelma. Miten näet siitä matriisin determinantin ja matriisin asteen ?

2. Householderin matriisi on muotoa

$$P = I - 2 \frac{\mathbf{v}\mathbf{v}^*}{\|\mathbf{v}\|^2}, \quad \mathbf{v} \neq \mathbf{0},$$

missä \mathbf{v} on F^n :n vektori. Osoita, että

- a) P on unitaarinen
 - b) P on hermiittinen.
 - c) $P^2 = I$
3. Olkoon

$$S = \text{span} \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$$

muodosta projektori P , joka projisioi vektorit S :lle pitkin vektoria $[1,1,1]^T$.

4. Oletaan, että $n \times n$ matriisilla A on n lineaarisesti riippumatonta ominaisvektoria. Osoita, että A on diagonalisoituva.
5. Määrittele matriisin A pseudoinverssi. Olkoon matriisin A aste r ja pseudoinverssi A^+ . Laske AA^+ .