

MAT-10321 Insinöörimatematiikka A2

Tentti 18.12.2009

Ei kirjallisuutta, muistiinpanoja eikä laskinta!

T1. Määritä k siten, että yhtälöryhmällä

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 &= 5 \\2x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_4 &= 2 \\4x_1 + 5x_2 + 3x_3 &= k\end{aligned}$$

on ratkaisu. Mikä on tällöin ryhmän ratkaisu?

T2. Matriisi A on ortogonaalinen, jos $A^{-1} = A^T$.

Olkoot matriisit A ja B ortogonaalisia. Osoita, että

a) AB on ortogonaalinen.

b) A^{-1} on ortogonaalinen.

c) $\|Ax\| = \|x\|$ (Vihje: Osoita ensin, että $(v.p.)^2 = (o.p.)^2$ ja muista, että esim. $\|y\|^2 = y^T y$)

T3. Laske seuraavan matriisin determinantti. Huomaa, että työmäärä on erittäin suuri, ellei käytä hyväksi determinanttien ominaisuuksia, joilla pääset pienentämään laskettavan määrää.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

T4. Olkoon

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Etsi matriisin A ominaisarvot ja niitä vastaavat ominaisvektorit.

Voidaanko A diagonalisoida? Jos voidaan, niin mikä on diagonalisoiva matriisi?