

MAT-10311 Insinöörimatematiikka A1

Tentti 7.12.2009

Ei kirjallisuutta, muistiinpanoja eikä laskinta!

T1. Mitkä seuraavista lausumista ovat tosia ja mitkä epätosia, kun $x, y \in A = \{-1, 0, 1\}$? Perustele (jos haluat pisteitä)!

a) $\forall x \forall y: x + y^2 > 0$

b) $\forall x \exists y: x + y^2 > 0$

c) $\exists x \forall y: x + y^2 > 0$

c) $\exists x \exists y: x + y^2 > 0$

T2. a) Esitä kompleksiluku $z = -\sqrt{3} - j$ kompleksilukujen polaarisisä eksponentiaalimuodossa ($z = re^{j\theta}$), missä $-\pi < \theta \leq \pi$.

b) Mikä on pienin luonnollinen luku n , jolle z^n on puhtaasti reaalinen?

T3. a) Missä R^3 :n pisteessä suora $(0, 1, 1) + s(1, 1, 1)$, ($s \in R$), leikkaa tason $x - y - z = 3$?

b) Etsi vektori, joka on kohtisuorassa sekä a)-kohdan suoraa että tasoa vastaan.

T4. Olkoot

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -c & b \\ c & 0 & -a \\ -b & a & 0 \end{bmatrix} \text{ ja } \mathbf{x} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}, \text{ missä } \mathbf{x}:n \text{ normi } \|\mathbf{x}\| = 1 \Leftrightarrow \|\mathbf{x}\|^2 = \mathbf{x}^T \mathbf{x} = 1.$$

Osoita, että tällöin $A^2 = \mathbf{x}\mathbf{x}^T - I$.

(Vihje: Laske väitteen kumpikin puoli erikseen ja käytä tehtävässä annettuja tietoja osoittamaan ne yhtäsuuriksi.)

Jos tarvitset jossain tehtävässä: $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$, $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

$\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ja tangentit helposti edellämainituista.