

Vastaukset konseptille. Yläkulmaan opiskelijanumero ja nimi. Merkitse tehtävännumero ja kohta selvästi. Ei laskimia

1. Oheinen algoritmi ottaa syötteekseen taulukon A ja kaksi sen indeksiä. Komento SWAP vaihtaa kahden alkion arvot vakioajassa.

```

DUMMY( $A, p, q$ )
1   if  $p > q$  return
2   for  $i := p + 1$  to  $q$  do
3       if  $A[i] < A[p]$  then
4           SWAP( $A[i], A[p]$ )
5       endif
6   endfor
7   DUMMY( $A, p + 1, q$ )
8

```

- (a) (4 pistettä) Analysoi algoritmin ajankäyttö.
- (b) (6 pistettä) Esitä, miten ohjelmasta voi tehdä iteratiivisen ja kerro mitkä ovat kunkin silmukan invariantit.
- (c) (1 piste) Mitä ohjelma tekee taulukolle A , kun sitä kutsutaan DUMMY($A, 1, n$)?
2. Ilmoita Θ -kertaluokka tai O ja Ω jos ne ovat eri, seuraaviin *mahdollisimman tarkasti*. Kuhunkin kohtaan on olemassa tasan yksi oikea vastaus.

(a) (2 pistettä) $\sum_{i=1}^n \sqrt{i}$

(b) (2 pistettä) $\log((n^2)!)$ (vihje: tulon logaritmi...)

(c) (2 pistettä) $\sum_{i=1}^n \log i$

(d) (2 pistettä) $\sum_{i=1}^{\lfloor \log n \rfloor} i$

(e) (2 pistettä) $O(n^2) + \Theta(n(\log n)^2)$

(f) (2 pistettä) $\Theta(n^{1.01}) + \Theta(n \log(n))$

(g) (2 pistettä) $(n^{\sin^2 n}) \cdot \sqrt{n}$

(h) (2 pistettä) $O(\log^2(n)) + \Theta(\log n)$

3. Ratkaise seuraavat rekursioyhtälöt. Kertaluokka riittää.

(a) (2 pistettä) $T(n) = T(n-1) + 1$

(b) (2 pistettä) $T(n) = T(n/2) + \Theta(n)$

(c) (2 pistettä) $T(n) = 3T(n/3) + \Theta(n)$

(d) (2 pistettä) $T(n) = 3T(n/2) + \Theta(n)$

4. Olkoon $G = (V, E, u, v)$, missä (V, E) on suunnattu graafi ja u ja v sen solmuja.

- (a) (4 pistettä) Anna algoritmi, joka löytää lyhyimmän silmukan, jonka varrella ovat sekä u että v . Voit käyttää jotakin tuttua algoritmia "mustana laatikkona", kunhan kerrot sanallisesti, mitä se tekee.
- (b) (4 pistettä) Analysoi algoritmin suoritusaika ja kerro miten se riippuu graafin esitystavasta ja käytetyistä tietorakenteista.
5. Tehtävässä A on taulukko, jossa on n alkia, indeksointi $1 \dots n$. B on riittävän suuri aputaulukko ja $\text{SORT}(B, n)$ on $\Theta(n \log n)$ - aikainen järjestämisalgoritmi, joka järjestää taulukon B n ensimmäistä alkia.

```

DUMMY2( $A, n$ )
1    $x := A[1]$ 
2    $j := 1$ 
3    $k := 2$ 
4   while  $k < n$  do
5       if  $A[k] < x$  then
6            $B[j] := A[k]$ 
7            $j := j + 1$ 
8       endif
9        $k := k + j$ 
10  endwhile
11  SORT( $B, j - 1$ )

```

- (a) (6 pistettä) Mikä on DUMMY2:n ajankäyttö pahimmassa ja parhaimmassa tapauksessa?
6. Tässä on kysymyksiä eri kohdista kurssia.
- (a) (2 pistettä) Mitä tarkoittaa lineaarinen etsintä avoimen osoituksen hajautustaulussa ja mitä huonoja puolia sillä on?
- (b) (2 pistettä) Mitä tarkoittaa edelliseen kohtaan liittyen kaksoishajautus?
- (c) (3 pistettä) Jono (FIFO) voidaan toteuttaa kahden pinon avulla niin, että ENQUEUE:ssa laitetaan alkio ensimmäiseen pinoon ja DEQUEUE:ssa otetaan toisesta pinosta, tai jos toinen pino on tyhjä, siirretään ensimmäisen alkio kokonaisuudessaan toiseen pinoon siinä järjestyksessä kuin ne sieltä ulos tulevat. Jälkimmäinen tapaus on $\Theta(n)$, kun n on ensimmäisen pinon alkioiden määrä.
- Mitä tarkoitetaan, kun sanotaan, että ENQUEUE ja DEQUEUE ovat *tasatusti vakioaikaisia*?
- (d) (3 pistettä) Luennoilla esitettiin kaksi *keveimmän virittävän puun* algoritmia (Primin ja Kruskalin algoritmit). Molemmat olivat ns. ahneita algoritmeja. Ota jompi kumpi (ei ole väliä meneekö nimi oikein) esimerkiksi ja kerro, miksi se on ahne algoritmi.
- (e) (4 pistettä) Kerro, mitä tarkoitetaan *Dynaamisella ohjelmoinnilla* ja anna esimerkki ongelmasta ja sen ratkaisemisesta tällä tekniikalla. (Koodia ei tarvitse antaa.)

teht.	1	2	3	4	5	6	yht.
max.	11	16	8	8	6	14	63
op.							