

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

MAT-10331 Insinöörimatematiikka A 3

Tentti 6.3.2006

- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta
- Kirjoita papereihin A3, nimesi, numerosi ja koulutusohjelmasi.

- Piirrä paperiesi pääsivulle nimen alle neljä ruutua $a^2 \times 2$.

--	--	--	--

1. (a) Määritä suorien $2x - y + 1 = 0$ ja $(1 + a)x - a^2y + 1 = 0$ leikkauspisteen x -koordinaatin raja-arvo, kun $a \rightarrow 1$.
- (b) Tiedetään, vain että $f(1) = 5$, $f(3) = 1$, $f'(1) = -4$ ja $f'(3) = 2$. Määritä $g'(1)$, missä $g = f^{-1}$.

2. (a) Jos $f(t) = \sinh(t) - 3 \cosh(t)$, niin kuinka kertoimet A ja B on valittava, jotta $f(t) = Ae^t + Be^{-t}$.

(b) Merkitään

$$F(x) = \frac{2}{\sqrt{3}} \arctan\left(\frac{\tan(x/2)}{\sqrt{3}}\right).$$

Laske funktion arvot $F(2\pi)$ ja $F(0)$.

Funktion F derivaattafunktio on $f : f(x) = 1/(2 + \cos(x))$. Määrättyä integraalia

$$\int_0^{2\pi} f(x) dx$$

laskiessaan kaksi insinööriä saivat mielestään eri tuloksen. A sanoi, että se on $2\pi/\sqrt{3}$ ja B väitti, että se on erotus $F(2\pi) - F(0)$. Kumpaa uskot, jos ainakin toinen on oikeassa? Perustele!

3. (a) Perustele suppeneeko integraali $\int_0^{\infty} x e^{-x} dx$.

(b) Muunna integraali $\int_1^e x \sqrt{\ln(x)} dx$ toiseksi tekemällä siihen sijoitus $t = \ln(x)$.

4. Määritä potenssisarjan

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k^2}{2^k} (x - 2)^k$$

suppenemissäde ja suppenemisväli.