MAT-20500 Todennäköisyyslaskenta

Tentti 20.10.2009

- **Vastaa jokainen tehtävä eri paperille.**
- **Funktiolaskin sallittu**

---

1. Satunnaismuuttujan x tiheysfunktio on muotoa $f(x) = cx$, missä c on vakio. Tapahtumat A ja B määritellään: $A = \{x \in \Omega \mid x > 2\}$ ja $B = \{x \in \Omega \mid x < 3\}$. Määritä luku c ja laske ehdollinen todennäköisyys $P(A \mid B)$, kun

a) x on diskreetti otosavaruutenaan $\Omega = \{1, 2, 3, 4\}$.

b) x on jatkuva otosavaruutenaan $\Omega = [1, 4]$.

2. Pelissä on 5 A-korttia, 3 B-korttia ja 2 C-korttia, yhteensä 10 korttia. A-kortilla voittaa 10 pistettä, B-kortilla 50 pistettä ja C-kortti on rosvokortti, jolla menettää kaikki siihen mennessä saadut pisteet. Pelissä valitaan yksitellen palauttamatta satunnaisesti kaksi korttia ja lasketaan pisteet korttien valintajärjestyksessä. Olkoon x='kokonaispistemäärä'. Mikä on x:n otosavaruus, tiheysfunktio $f(x)$ ja odotusarvo? Ilmoita $f(x)$ luettelemalla kaikkien alkeistapausten pistetodennäköisyydet.

3. **a)** Pakkauksen painoksi on ilmoitettu 100 g ja tutkittaessa pakkauksia on painon x jakaumaksi todettu N(102, 1). Alle 100 g:n painoiset pakkaukset hylätään jo tuotannossa. Kuinka monta prosenttia pakkauksista hylätään?

b) Hävikin pienentämiseksi kaksi a)-kohdan pakkausta yhdistetään tuplapakkaukseksi, jonka painoksi ilmoitetaan 200 g. Kuinka monta prosenttia tuplapakkauksista hylätään eli mikä osuus näistä pakkauksista on alle 200 g painoisia? Eri pakkausten painot ovat riippumattomia.

4. Talossa on järjestelmä, joka asukkaiden poissa ollessa sytyttää ja sammuttaa valot satunnaisesti kerran tunnissa. Olkoon x aika, jolloin valot sytytetään ja y aika, jolloin ne sammutetaan (yksikkönä tunti). Ajat lasketaan joka tunnin alusta. Systeemi on suunniteltu niin, että (x, y) noudattaa jakaumaa, jonka tiheysfunktio on

$$f(x, y) = 8xy, \ 0 < x < y < 1$$

Jos valot palavat vähintään puoli tuntia, niin millä todennäköisyydellä valot sammuvat vasta viimeisen 15 minuutin aikana?