



- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta
- Kirjoita konsepteihin DiMa, nimesi ja numerosi
- Piirrä pääkonseptiin nimen alle neljä neliötä vierekkäin $a' 2 \times 2$.

--	--	--	--

1. (a) Osoita, että $\lceil \frac{n}{3} \rceil = \lfloor \frac{n+2}{3} \rfloor$, kun n on kokonaisluku.
- (b) Etsi z-muunnos jonolle $\left\{ \frac{5}{3^k} \sin(k\pi/3) + 5 \right\}$.



2. (a) Etsi käänteismuunnos $\mathcal{Z}^{-1}\{Y(z)\}$, kun $Y(z)$ on

$$\frac{2z^2 + z}{(2z^2 + 2z + 2)} + \frac{2z}{(z + 1)} + 2.$$

- (b) Jos systeemistä ulostulevan vastejonon $\{y_k\}$ z-muunnos on

$$Y(z) = \frac{z(z + 1)}{5(z - 1)(3z - 1)},$$

niin mitä on y_0 ja $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n$ ja millä perusteella?

3. (a) Etsi kaikki ne positiiviset kokonaisluvut $n \leq 13$, jotka toteuttavat yhtälön $\varphi(n) = 4$ (Eulerin φ -funktio).
- (b) Ratkaise kongruenssiyhtälö $43x \equiv 7 \pmod{51}$ ja sievennä vastauksesi.

4. (a) Osoita, että jos p on pariton alkuluku ja k on mielivaltainen kokonaisluku väliltä $[1, p - 1]$, niin binomikerroin

$$\binom{p-1}{k} = \frac{(p-1)!}{k! \cdot (p-1-k)!} \equiv (-1)^k \pmod{p}.$$

- (b) Graafi $G = (V, E)$, missä $V = \{v_1, v_2, \dots, v_9\}$ ja

$$E = \{(v_1, v_4), (v_2, v_3), (v_2, v_6), (v_2, v_7), (v_3, v_5), (v_4, v_5), (v_4, v_9), (v_5, v_8), (v_6, v_7)\}.$$

- i) Määritä $d(v_6)$. ii) Suorita syvyysetsintä aloittaen pisteestä v_5 graafille G . Esitä selkeästi etsinnän järjestys ja lopuksi suunnattu DFS-puu havainnollisesti kuvana.