



MAT-10321 Insinöörimatematiikka A 2

Tentti 29.11.2005

- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta
- Kirjoita papereihin nimesi, numerosi ja koulutusohjelmasi.
- Piirrä viisi ruutua $a' 2 \times 2$ ja kirjoita niistä ensimmäiseen D .

D				
---	--	--	--	--

1. Laske matriisin B determinantti ja käänteismatriisi, kun

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

2. Matriisi

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 8 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

1. Ovatko matriisin A sarakkeet lineaarisesti riippuvat vai riippumattomat? Perustele!
2. Matriisin A sarakkeet \mathbf{a}_i virittävät joukon W . Mitkä sarakkeet voidaan jättää pois ilman, että joukko W muuttuu? Jätä mahdollisimman monta pois.
3. Mikä on matriisin A nolla-avaruuden kanta?

3. Etsi matriisin

$$B = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 10 & 2 \end{bmatrix}$$

ominaisarvot ja niitä vastaavat ominaisavaruudet. Onko matriisi B diagonalisoituvaa? Jos on, niin esitä matriisin B diagonalisoiva matriisi P ja sitä vastaava diagonaalimatriisi D .

4. Etsi suora $y = m + kx$, joka neliösumman minimoiden approksimoi pisteitä $(-1, -3)$, $(0, 0)$, $(1, 1)$, $(2, 6)$.

Tentissä saattaa olla apua seuraavista (tai sitten ei)

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{u}_i - \left(\frac{\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{v}_1}{\|\mathbf{v}_1\|^2} \mathbf{v}_1 + \frac{\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{v}_2}{\|\mathbf{v}_2\|^2} \mathbf{v}_2 + \dots + \frac{\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{v}_{i-1}}{\|\mathbf{v}_{i-1}\|^2} \mathbf{v}_{i-1} \right)$$

$$\hat{\mathbf{x}} = (A^T A)^{-1} A^T \mathbf{b}$$