

MAT-10351 Insinöörimatematiikka A5

Tentti 22.5.2009

- VASTAA JOKAINEN TEHTÄVÄ ERI KONSEPTILLE. NIMI JA OPISKELIJANUMERO JOKAISEEN PAPERIIN.
 - Ei laskimia, ei omaa kirjallista materiaalia.
-

1. Kappaletta rajoittaa I-neljänneksessä ($x \geq 0, y \geq 0$) pinta $f(x, y) = xy(x+y-1)$ ja xy -taso. Laske sen osan tilavuus, joka sijaitsee xy -tason alapuolella.

2. Olkoon levymainen kappale A se ympyräkaarien $x^2+y^2 = 1$ ja $x^2+y^2 = 4$ väliin jäävä alue, jossa $y \geq 0$. Laske kappaleen A painopiste, kun pintatiheys $\rho(x, y) = 1$. Sijaitseeko painopiste kappaleessa A ? Käytä viimeisen kysymyksen vastauksen arvioinnissa likiarvoa $\pi \approx 3.14$.

3. a) Mikä on differentiaaliyhtälön yleinen ratkaisu. Kokeile muotoa $y = x^r$ olevia ratkaisuita.

$$x^2y'' - 3xy' + 3y = 0$$

b) Epähomogeenista differentiaaliyhtälöä (EY)

$$y'' - \frac{y'}{x} = \frac{1}{x^2}$$

vastaavan homogeenisen yhtälön (HY) yleinen ratkaisu on $y = C_1 + C_2x^2$.

Mikä on EY:n yleinen ratkaisu? Käytä vakion variointia.

4. Ratkaise haluamallasi menetelmällä differentiaaliyhtälöryhmän yleinen ratkaisu ja alkuehdot $x_1(0) = 4, x_2(0) = 0$ toteuttava ratkaisu.

$$\begin{cases} x_1'(t) = x_2(t) \\ x_2'(t) = x_1(t) \end{cases}$$

• Kääntöpuolella kaavakokoelma