



MAT-10311 Insinöörimatematiikka A 1

Tentti 11.10.2005

- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta
- Kirjoita papereihin nimesi, numerosi ja koulutusohjelmasi.

1. (a) Sievennä $\overline{(A \cap B) \cap \overline{B}}$.

(b) Osoita käyttäen induktioperiaatetta, että

$$1 \cdot 2^1 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + \dots + n \cdot 2^n = 2 + (n-1)2^{n+1}.$$

2. (a) Saata muotoon $a + bj$ luvut $(3 + 4j) - 2(-5 + j)$, $1/z$ ja \bar{z} , kun $z = \frac{2}{(1-j)^2}$.

(b) Esitä yhtälön $z^3 - (1+j)^3 = 0$ kaikki ratkaisut muodossa $re^{j\theta}$ ja esitä miten luvut sijaitsevat kompleksitasossa. (Kuvan ei tarvitse olla millilleen oikea.)

3. (a) Jos $\|\mathbf{u}\| = 2$, $\|\mathbf{v}\| = \sqrt{3}$ ja $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 1$, niin mitä on $\|\mathbf{u} + \mathbf{v}\|$?

(b) Mikä suoran $\mathbf{x} = [1, -1, 0] + t[2, 1, -2]$ pisteistä on lähinnä pistettä $R = (0, 1, 1)$?

4. (a) Minkä lineaarisen yhtälön $ax + by + cz + d = 0$ ratkaisu on muotoa

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} + s \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}?$$

(b) Matriisi

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

on systeemin $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ kokonaismatriisi. Jos se ei ole redusoidussa riviporrasmuodossa, niin muunna se siihen ja esitä systeemin kaikki ratkaisut vektorimuodossa.

Tentin arvostelu ja tiedot bonuspisteistä ilmestyvät ensin opintojakson verkkosivujen ilmoitustaululle, mutta ei vielä tämän viikon aikana. Vasta mahdollisten korjausten jälkeen tulokset lähtevät virallisesti eteenpäin opintotoimistoon ja sieltä oinfoon.