

Insinöörimatematiikka X 3

Tentti 29.06.2009

Ei laskimia, taulukkirjoja tai muuta kirjallisuutta. Kaavakokoelma kääntöpuolella.

Esitä tehtävät 1 ja 2 yhdellä konseptilla ja tehtävät 3 ja 4 toisella.
Laita molempiin konsepteihin nimesi ja opiskelijanumerosi.

1. Funktio f määritellään kaavalla $f(x) = \frac{\sqrt{x} - 1}{\ln(e^x - 1)}$.

- (a) Selvitä funktion f laajin määrittelyjoukko.
- (b) Etsi funktiolle f jokin epäjatkuvuuskohta, jossa raja-arvo on olemassa. Mikä funktion f arvon pitäisi ko. kohdassa olla, jotta f olisi siellä jatkuva?
- (c) Lukujono a_n saadaan funktiosta f tarkastelemalla vain niitä arvoja, joissa $x \in \mathbb{N}$ (pois-lukien ne mahdolliset pisteet, joissa f ei ole määritelty). Onko jono suppeneva?

2. Mikä on funktion $g(x) = \int \frac{x^2 - 4x}{x^3 + 2x^2 - x - 2} dx$ se integraalifunktio $G(x)$, jolle $G(0) = 0$?

Esitä tehtävät 1 ja 2 yhdellä konseptilla ja tehtävät 3 ja 4 toisella.
Laita molempiin konsepteihin nimesi ja opiskelijanumerosi.

3. Funktio f määritellään kaavalla $f(x) = \frac{1}{x}$.

- (a) Laske $f'(x)$ derivaatan määritelmän mukaan.
- (b) Mitä voit sanoa funktion f monotonisuudesta ja arvojoukosta? Perustele.
- (c) Laske käänteisfunktion f^{-1} derivaatta.

4. (a) Selvitä sarjan $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-5)^n x^n}{3n^2}$ suppenemisväli.

- (b) Muodosta funktion $h(x) = xe^x$ Taylorin sarjakehitelmä kehityspisteessä 1.