

Insinöörimatematiikka X 4

Tentti 27.07.2009

Ei laskimia, taulukkokirjoja tai muuta kirjallisuutta. Kaavakokoelma kääntöpuolella.

1. Esitä funktion $f(x, y, z) = z \sin y + x^2 y$ toisen asteen polynomiapproksimaatio pisteen $(1, \pi, 1)$ ympäristössä.
2. Käytä Lagrangen menetelmää etsiessäsi funktion $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ ääriarvoja ehdoilla $x + y + z = 1$ ja $x + 2y + 3z = 6$. Mikä on ehtojen määräämien pintojen leikkauskäyrä? Mitä voit sanoa funktion f suurimmasta ja pienimmästä arvosta ko. käyrällä?
3. Pistemäinen kappale liikkuu käyrää $\mathbf{r}(t) = (e^t \cos t, e^t \sin t)$ pitkin.

(a) Mikä on sen kappaleen kiihtyvyyden suunta ja suuruus parametrin arvolla $t = \frac{\pi}{4}$?

(b) Jos kappale on lähtenyt pisteestä $(1, 0)$, kuinka pitkän matkan sen on kuljettava rataa $r(t)$ eteenpäin, että se kohtaisi taas x -akselin?

Vihje: Millä parametrin t arvolla piste $(1, 0)$ saadaan? Mikä on seuraavaksi suurin t , jolla y -koordinaatti on 0?

4. (a) Funktion

$$f(x, y, z) = \ln \frac{xy}{z}$$

muuttujat x , y ja z ovat seuraavien muuttujien funktioita:

$$x(u, v) = \frac{1}{u}, \quad y(u, v) = uv, \quad z(u, v) = v \cos u.$$

Laske ketjusäännöllä derivaatta $\frac{\partial f}{\partial v}$.

Huom: Voit tarkastaa laskusi laskemalla derivaatan jollain muulla tavalla, mutta muista tavoista ei anneta pisteitä.

- (b) Mikä on pienimmän neliösumman mielessä pisteitä $(2, -4)$, $(2, 3)$ ja $(-1, 2)$ lähinnä vastaavan suoran yhtälö?