

SGN-1200 Signaalinkäsittelyn menetelmät
Välikoe 19.3.2009

Sivuilla 1-2 on VÄLIKOE. Älä vastaa siihen, jos et ollut ensimmäisessä välikokeessa. Tentin kysymykset ovat sivuilla 3-4. Vastaa vain jompaan kumpaan kokeeseen, ei molempiin eikä sekaisin. Vastaa konseptille, ja kirjoita ensimmäiselle sivulle ylös isolla sana VÄLIKOE tai TENTTI. Kirjoita myös nimesi ja opiskelijanumerosi. Laskinta saa käyttää, mutta muistin tulee olla tyhjä. Jos olet suorittanut pakolliset harjoitukset aikaisemmin kuin tänä vuonna, merkitse paperin alkuun milloin.

1. Ovatko seuraavat väitteet tosia vai epätosia? Ei perusteluja, pelkkä tosi / epätosi. Oikea vastaus 1p, väärä vastaus $-\frac{1}{2}p$, ei vastausta 0p.
 - (a) Suotimen stabiilius tarkistetaan selvittämällä ovatko sen siirtofunktion nollien itseisarvot pienempiä kuin yksi.
 - (b) Kaksiulotteinen diskreetti Fourier-muunnos voidaan laskea yksiulotteisten diskreettien Fourier-muunnosten avulla.
 - (c) FIR-suotimen siirtofunktio voidaan päätellä sen impulssivasteesta.
 - (d) Vaihevasteen lineaarisuus takaa, että signaalin kaikki taajuudet viivästyvät yhtä monta sekuntia.
 - (e) Binäärisissä fax-dokumenteissa mustaa pistettä esitetään nollalla ja valkoista ykkösellä. Täysin mustan fax-kuvan entropia on suurempi kuin sellaisen, jossa mustia ja valkoisia pisteitä on yhtä monta.
 - (f) Ideaalisen alipäästösuotimen impulssivaste $h(n)$ kerrotaan saman mittaisilla Blackman- ja Hamming-ikkunoilla. Hamming-ikkunan tuloksen siirtymäkaista on leveämpi.
2. (a) Erään suotimen napanollakuvio on kuvassa 1, ja tiedetään että sen siirtofunktiolle on voimassa: $H(e^{i0}) = H(e^{i\pi}) = 1$. Piirrä suotimen amplitudivasteen kuvaaja niin tarkasti kuin se näillä tiedoilla onnistuu. (2p)
 - (b) Onko kuvan 1 suodin stabiili? Millä perusteella? (2p)
 - (c) Tarkastellaan reaalista vektoria $\mathbf{x} = (x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7)^T$. Laske sen diskreetti Fourier-muunnos, kun vektorin $(x_0, x_2, x_4, x_6)^T$ DFT on $(-5, 3, -9, 3)^T$ ja vektorin $(x_1, x_3, x_5, x_7)^T$ DFT on $(0, -12, -4, -12)^T$. (2p)
3. Suunnittele ikkunamenetelmällä ylipäästösuodin (selvitä käsin impulssivasteen lauseke), jonka vaatimukset ovat seuraavat:

Estokaista	[0 kHz, 3.8 kHz]
Päästökaista	[5.1 kHz, 16 kHz]
Päästökaistan maksimivärähtely	0.1 dB
Estokaistan minimivaimennus	55 dB
Näytteenottotaajuus	32 kHz

Käytä oheisia taulukoita hyväksesi.

SGN-1200 Signaalinkäsittelyn menetelmät
Tentti 19.3.2009

Tästä alkaa TENTTI. Välikokeen kysymykset ovat nipun alussa.

1. Ovatko seuraavat väitteet tosia vai epätosia? Ei perusteluja, pelkkä tosi / epätosi. Oikea vastaus 1p, väärä vastaus $-\frac{1}{2}p$, ei vastausta 0p.
 - (a) Signaalin $x(n)y(n)$ DFT on $X(n)Y(n)$.
 - (b) Suotimen stabiilius tarkistetaan selvittämällä ovatko sen siirtofunktion napojen itseisarvot pienempiä kuin yksi.
 - (c) Järjestelmä, jonka impulssivaste on $h(n) = \delta(n + 3) + 1.2\delta(n - 5) + 0.7\delta(n - 6)$ on stabiili.
 - (d) Kaksiulotteinen diskreetti Fourier-muunnos voidaan laskea yksiulotteisten diskreettien Fourier-muunnosten avulla.
 - (e) Laskostuminen estetään A/D-muunnoksessa asettamalla näytteenottotaajuus vähintään samaksi kuin analogisen signaalin suurin taajuus.
 - (f) FIR-suotimen impulssivasteessa on äärettömän paljon nollasta eroavia kertoimia.
2. (a) Laske vektorin $x(n) = (1, 0, 4, 5)^T$ diskreetti Fourier-muunnos. (2p)
 - (b) Mikä on Fourier-muunnoksen matriisi tapauksessa $N = 6$? Anna tarkat arvot: ei desimaalilukuja eikä laskemattomia cos-, sin tai exp-funktioita. Käytä apunasi liitteenä olevaa muistikolmiota. (2p)
 - (c) LTI-järjestelmän herätteen $x(n)$ ja vasteen $y(n)$ välillä on voimassa yhtälö

$$y(n) = 0.75y(n - 1) + 0.5x(n).$$

Määritä järjestelmän impulssivaste. (2p)

3. Suunnittele ikkunamenetelmällä ylipäästösuodin (selvitä käsin impulssivasteen lauseke), jonka vaatimukset ovat seuraavat:

Estokaista	[0 kHz, 3.8 kHz]
Päästökaista	[5.1 kHz, 16 kHz]
Päästökaistan maksimivärsähtely	0.1 dB
Estokaistan minimivaimennus	55 dB
Näytteenottotaajuus	32 kHz

Käytä oheisia taulukoita hyväksesi.

4. Oletetaan, että kausaalisen LTI-järjestelmän heräte $x(n)$ ja vaste $y(n)$ toteuttavat seuraavan differenssiyhtälön:

$$y(n) = -y(n-1) - \frac{1}{2}y(n-2) + x(n) - 2x(n-1) + 2x(n-2).$$

- (a) Määritä järjestelmän siirtofunktio $H(z)$.
 (b) Piirrä napa-nollakuvio.
 (c) Onko järjestelmä stabiili? Miksi / miksi ei?
5. (a) Tarkastellaan alla olevan kuvan mukaista järjestelmää. Järjestelmä koostuu kahdesta suotimesta. Suotimen $H_1(z)$ impulssivaste on

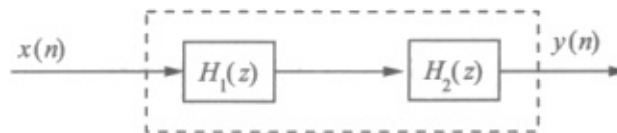
$$h_1(n) = \delta(n-1),$$

ja suotimen $H_2(z)$ taajuusvaste on

$$H_2(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1 & \text{kun } 0 \leq \omega < \frac{\pi}{4} \\ 0 & \text{kun } \frac{\pi}{4} \leq \omega \leq \pi. \end{cases}$$

Mikä on katkoviivan sisällä olevan kokonaisuuden

- i. impulssivaste,
 ii. taajuusvaste?



- (b) Tuhannen näytteen mittainen signaali sisältää kuutta eri lukuarvoa väliltä $0 \dots 1$ alla olevan taulukon mukaisesti.

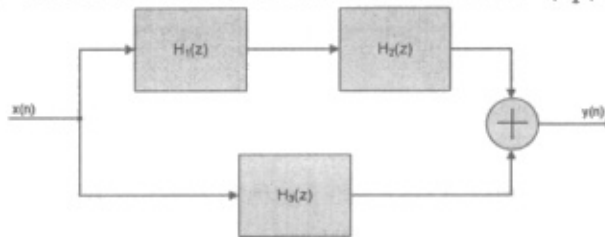
Arvo	0	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{5}{6}$
Lukumäärä	6	90	300	406	136	62

Generoi Huffman-puu ja Huffman-koodi tälle signaalille. Montako bittiä kyseisen näytteen tallentamiseen tarvitaan kyseisellä Huffman-koodilla? (3p)

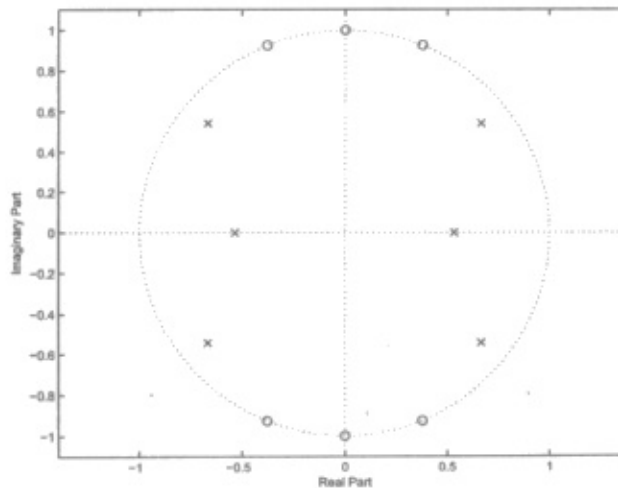
4. Oletetaan, että kausaalisen LTI-järjestelmän heräte $x(n)$ ja vaste $y(n)$ toteuttavat seuraavan differenssiyhtälön:

$$y(n] = -y(n-1) - \frac{1}{2}y(n-2) + x(n) - 2x(n-1) + 2x(n-2).$$

- (a) Määritä järjestelmän siirtofunktio $H(z)$.
 (b) Piirrä napa-nollakuvio.
 (c) Onko järjestelmä stabiili? Miksi / miksi ei?
5. (a) Tarkastellaan alla olevan kuvan mukaista järjestelmää. Järjestelmä koostuu kolmesta suotimesta, joiden siirtofunktiot ovat $H_1(z) = 1 + 3z^{-2}$, $H_2(z) = \frac{1}{2} - 2z^{-1}$ ja $H_3(z) = \frac{1}{2} + z^{-1} - \frac{1}{2}z^{-2}$. Mikä on kokonaisuuden siirtofunktio? (3p)



- (b) Eräs symbolilähde tuottaa kuutta eri symbolia todennäköisyyksillä $p_0 = 0.47$, $p_1 = 0.18$, $p_2 = 0.15$, $p_3 = 0.10$, $p_4 = 0.08$ ja $p_5 = 0.02$. Paljonko on lähteen entropia?¹ (3p)



Kuva 1: Tehtävän 2 napanollakuvio.

¹Logaritmin saa laskettua kaavalla $\log_2(x) = \frac{\ln x}{\ln 2}$. Vaihtoehtoisesti funktion $\ln$ tilalla voi olla mikä tahansa logaritmi.

Suodintyyppi	Impulssivaste kun	
	$n \neq 0$	$n = 0$
Alipäästö	$2f_c \text{sinc}(n \cdot 2\pi f_c)$	$2f_c$
Ylipäästö	$-2f_c \text{sinc}(n \cdot 2\pi f_c)$	$1 - 2f_c$
Kaistanpäästö	$2f_2 \text{sinc}(n \cdot 2\pi f_2) - 2f_1 \text{sinc}(n \cdot 2\pi f_1)$	$2(f_2 - f_1)$
Kaistanesto	$2f_1 \text{sinc}(n \cdot 2\pi f_1) - 2f_2 \text{sinc}(n \cdot 2\pi f_2)$	$1 - 2(f_2 - f_1)$

Ikkuna-funktion nimi	Siirtymäkaistan leveys (normalisoitu)	Päästökaistan värähtely (dB)	Estokaistan minimi-vaimennus (dB)	Ikkunan lauseke $w(n)$, kun $ n \leq (N-1)/2$
Suorakulmainen	$0.9/N$	0.7416	21	1
Bartlett	$3.05/N$	0.4752	25	$1 - \frac{2 n }{N-1}$
Hanning	$3.1/N$	0.0546	44	$0.5 + 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right)$
Hamming	$3.3/N$	0.0194	53	$0.54 + 0.46 \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right)$
Blackman	$5.5/N$	0.0017	74	$0.42 + 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right) + 0.08 \cos\left(\frac{4\pi n}{N}\right)$

