

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta
- Kirjoita papereihin nimesi, numerosi ja koulutusohjelmasi.
- Piirrä konsepteihin nimesi alle 4 neliötä vierekkäin $a' 2 \times 2$.

--	--	--	--

1. (a) Funktio f on määritelty seuraavasti:

$$f(t) = \begin{cases} 5t^2, & \text{kun } 0 \leq t < 1 \\ 5, & \text{kun } 1 \leq t < 2. \\ 3 + t, & \text{kun } t \geq 2. \end{cases}$$

Etsi funktion f integraalifunktio F , kun tiedetään, että $F(0) = \frac{1}{3}$.

- (b) Osoita, että a kohdan funktio f on/ei ole (valitse oikea) derivoituva kohdassa $t = 1$ tutkimalla erotusosamäärän raja-arvoa.
2. (a) Osoita, että funktiolle $f : f(x) = 2x + 1 + \sin(x)$ löytyy käänteisfunktio $g = f^{-1}$. Määritä $g(1)$ ja $g'(1)$.

- b) Funktio $y : y(x)$ on määritelty implisiittisesti yhtälöllä

$$x^2 + 2xy + 3y^2 - 2x - 3y = 1.$$

Sen kuvaaja kulkee pisteen $(1, -2/3)$ kautta. Ratkaise yhtälöstä $y'(x)$, määritä sen arvo $y'(1)$ pisteessä $(1, -2/3)$.

3. (a) Laske $\int 2x \sinh(2x) dx$.

- (b) Gammafunktio on määritelty seuraavasti

$$\Gamma(r) = \int_0^{\infty} e^{-x} x^{r-1} dx \quad (r > 0).$$

Millä vakioiden a ja r arvoilla on voimassa

$$\int_0^1 \sqrt{-t \ln(t)} dt = a\Gamma(r)?$$

Vihje: tee sijoitus $\ln(t) = \frac{-2x}{3}$.

4. (a) Millä muuttujan x arvoilla sarja

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{x-3}{2}\right)^k$$

suppenee ja mikä on sarjan summa suppenemisvälillä?

- (b) Perustele suppenevatko seuraavat sarjat

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k+1}{3^k+1}, \quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k+1}{3k+1}.$$